

PROF. GOUVEIA PORTELA

22 e 24
de Março 1982

1º Congresso Nacional
de INVESTIGAÇÃO OPERA-
CIONAL
organizado pelo APDIO

OPTIMIZAÇÃO DE FUNCIONAIS NÃO LINEARES EM DOMÍNIOS NÃO CONVEXOS
E DESCONECTADOS

AUTORES: A. G. Portela

L. Mateus dos Reis

22/24 Março 82

INTRODUÇÃO

O modelo que se apresenta adiante, resolve o sistema seguinte:

Sendo dado um X^n e nele definido um domínio D , em geral multiconectado e não necessariamente convexo (ou côncavo) procurar o conjunto, $A \subset D$ no qual uma funcional $F(X^n)$ é extrema (máx. ou min.).

Os dados tomam a forma de:

- a) um conjunto de desigualdades (e ou igualdades) (X^n)
- b) um conjunto de expressões lógicas usando as funções lógicas previstas nas linguagens correntes (Fortran, Basic, etc.).

Cada expressão lógica refere-se a algumas ou todas as desigualdades referidas em a).

- c) O domínio E (paralelotropo finito) onde a "busca" deve ser efectuada.
- d) As variáveis não discretas são discretizadas, sendo dados os limites inferiores do intervalo de discretização.
- e) A funcional F a extremar.

Além destas informações essenciais a exploração do domínio E , outros dados são requeridos para facilitar essa exploração. Tais como:

- f) No caso de se desejar "explorar" usando "malhas" sucessivamente mais finas há que indicar essas "malhas".
- g) Porque o processo envolve duas técnicas de exploração: aleatória e por "vizinhos", há que indicar as condições em que o primeiro método é substituído pelo segundo.
- h) Cobertura do domínio D .
- i) O custo relativo das operações do tipo aleatório e vizinhos (em tempo de computador)

- j) O índice de corte
- k) A distribuição de probabilidade para calcular a probabilidade de perda do extremo por efeito de corte.
- l) Distribuição "à priori", caso se conheça (aposta ou palpite inicial ao estilo de Bayes).

O programa é completamente interactivo de modo que o comando final das operações cabe ao operador, que pode mudar os parâmetros em qualquer altura do processo.

Assim o programa constitui uma poderosa ferramenta nas mãos do operador que pode explorar as regiões que entender com a análise de finura arbitrária, o que lhe permite realizar a busca até ao nível desejado.

Este programa é baseado no trabalho publicado nos Anais do I S C E F (veja-se referência (1))

Um primeiro programa foi realizado pela assistente Eng^a. M. J. Carrapichano, em Fortran 4 e suportado no I B M do I. S. T.

O segundo programa, que ora se apresenta está suportado H. P. 1000 do Departamento de Engenharia Mecânica e escrito em Fortran 77.

ESTRUTURA DO PROGRAMA

O sistema de construção do programa é baseado no processamento a 3 níveis de decisão e constituído por subrotinas autónomas com funções bem definidas e independentes; o programa apresenta assim uma grande flexibilidade de adaptação tanto a novas exigências como a alterações pontuais.

Dá-se seguidamente uma ideia do esquema seguido (ver figura junta)

- a) O nível mais geral da tomada de decisão, é feito no programa principal, cuja missão se reduz a escolher o caminho a seguir, com ou sem a intervenção do operador.
- b) O nível seguinte de decisão consiste no controle de cada uma das operações, agrupadas em 6 subrotinas independentes, que se passam a enunciar:

DADOS - é a primeira a executar. É nesta subrotina que o operador introduz os dados necessários, bem como escolhe as diversas opções de execução do programa; esta subrotina é essencialmente conversacional.

INJET - Definidos os valores necessários para a pesquisa, a pesquisa começa através duma pesquisa aleatória na região pré-definida, que é controlada na subrotina INJET; as diversas operações elementares necessárias para a injeção de pontos são a geração de aleatórios (subrotina RNDOM), a verificação das condições que definem o domínio (subrotina RSTRI), e cálculo de coeficientes (subrotina LONGE), que permitam a escolha da operação seguinte.

DEC11 - Finalizada a pesquisa aleatória, o controle passa ao primeiro decisor (DEC11) que tomando em consideração os parâmetros

económicos fornecidos pela subrotina (LONGE), define da preferência entre proceder a novo sorteio ou passar à operação seguinte " criação de vizinhos". Se a primeira hipótese for a verificada o processo repete-se; caso contrário o controle será passado a subrotina (VIZNH).

VIZNH - Tomada a decisão de criar vizinhos esta operação é controlada na subrotina(VIZNH). Já que a criação de vizinhos é uma operação muito pesada, o processo começa com a eliminação dos pontos já obtidos com menor probabilidade de estarem próximos do extremo procurado (subrotina CORTE) através da análise dos valores da funcional a extremar para cada parte gerada.

Feita esta eliminação procede-se à geração dos vizinhos próximos de cada ponto existente (subrotina PERTO) com o cuidado de não ultrapassar a fronteira (subrotina RSTRI) e eliminação de pontos repetidos (subrotina LIMPA). Uma segunda chamada à subrotina CORTE permite definir os parâmetros de decisão a analisar no segundo decisor.

DECI2 - Após a criação de vizinhos a decisão de: i) repetir a criação, ii) de ter determinado o óptimo, iii) ou de ter interrompido a corrida do programa com a saída dos valores já operados, é tomada neste decisor DECI2 por análise dos parâmetros atrás criados.

No caso do decisor verificar que a funcional está estável, (isto sugere que o extremo foi encontrado), o comando passa para a identificação do extremo (subrotina OPTMC); caso con-

trário o comando é re-enviado para VIZNH e o processo é repetido, ou pura e simplesmente o programa é interrompido.

OPTMO - Identificada a existência dum extremo no decisor 2, é da competência desta subrotina a identificação dos pontos onde F toma o valor extremo, (na verdade, o extremo não é único).

Esta rotina determina ainda a saída de resultados, tanto dos valores óptimos encontrados como também de todos os pontos ainda existentes na matriz do espaço, já que são valores onde a funcional atinge percentagens elevadas do valor extremo encontrado.

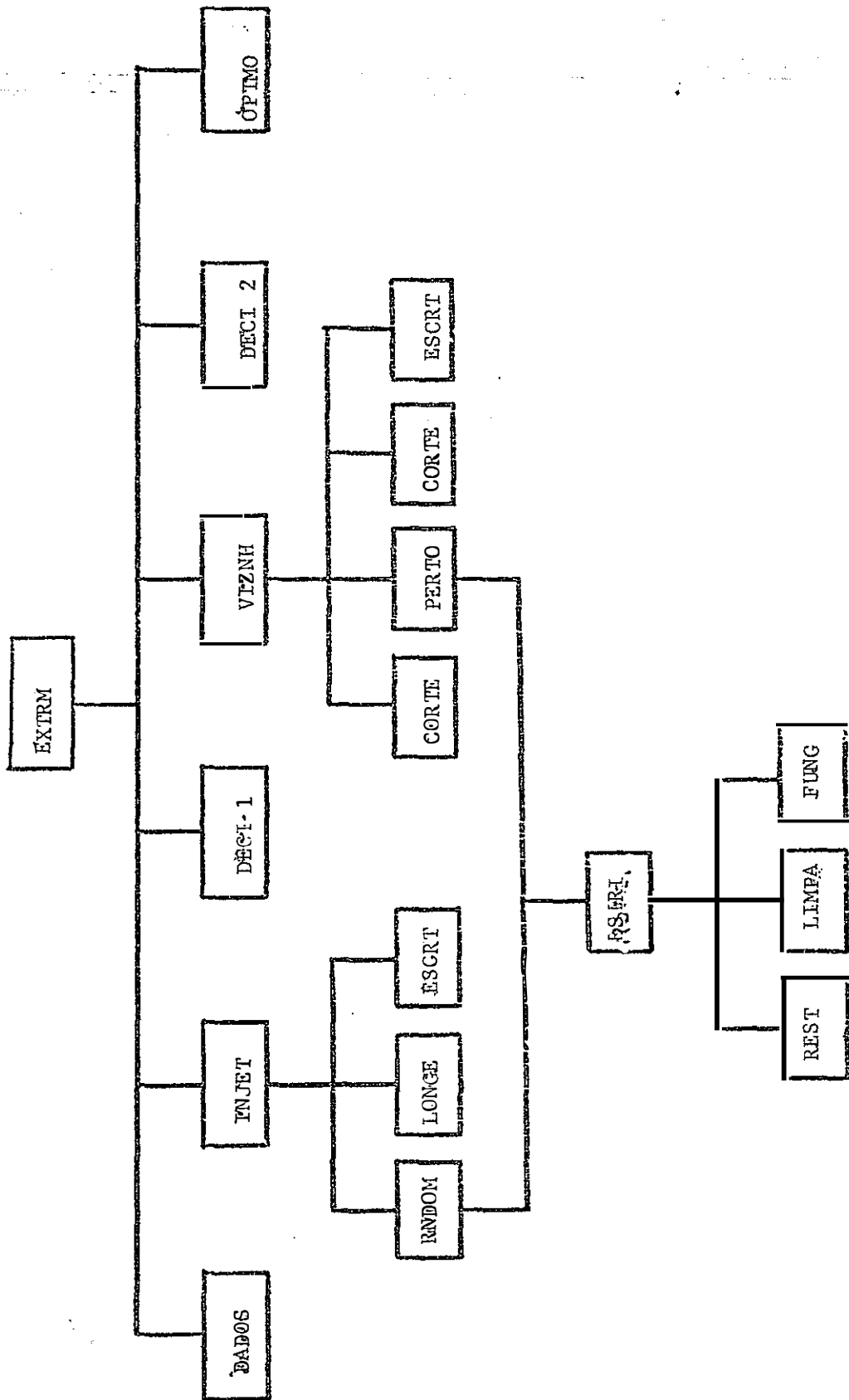
IMPLEMENTAÇÃO E DESENVOLVIMENTO

O programa foi implementado no computador HP 1000 do Depto. de Eng^a. Mec. do I. S. T., e foi testado por vários exemplos construídos, com o objectivo de "iludir" a pesquisa. Os resultados obtidos mostram que o programa é bastante robusto, já que o valor extremo foi sempre alcançado; no entanto o tempo de pesquisa está dependente da actuação do operador sobre os parâmetros iniciais. Um certo treino na operação é requerido para reduzir o tempo de pesquisa.

O desenvolvimento do "programa" orienta-se no sentido da experimentação da importância relativa dos parâmetros utilizados como índices de decisão e a mais longo prazo na introdução de um terceiro decisor mais poderoso, que controle os parâmetros do programa, reduzindo a intervenção do operador.

(1) A.G.Portela - Extremos da função Y (P), com P condicionado por fronteiras descritas por funções algébricas.

Publicado na revista ECONOMIA e FINANÇAS, Anais do Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras (1965 a 1967)



2) Introduções

A presente comunicação apresenta na publicação de um artigo no "Anais do Instituto Superior de Ciências Económicas e Financeiras", veja-se referência (1)

Uma primeira programação foi realizada pela Eng. José Cavaleiro para correr no Centro de Cálculo do IST.

Esta é uma 2ª programação efectuada pelos autores destinada a correr no computador do Departamento de Mecânica do IST no main Helvlet Packer 1000.

A intenção principal consistiu em melhorar os "decisiones" I e II

"Extremos de função $y(D)$ com P. condicionados por fronteiras descurtas para funções algébricas"

REVISTA

ECONOMIA E FINANÇAS

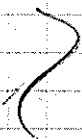
ANALIS DO INSTITUTO SUPERIOR DE

CIEÊNCIAS

ECONOMICAS E

FINANCEIRAS

1967



II) Descrição do Método

(2)

~~Algoritmo de otimização~~

O objectivo é maximizar (ou minimizar) uma funcional não linear em geral sendo as fronteiras dadas por um conjunto de domínios, não necessariamente conectados, cujas fronteiras ~~são definidas~~ não formam necessariamente domínios convexos.

O método assenta no conceito de ~~um~~ extremo significativo, isto é, o extremo é definido a menos um erro que é função da discretização espacial susceptível de ser corrigida para cada uma das variáveis que descrevem o modelo.

Este conceito autoriza a particionar o domínio finito onde se encontram as diversas regiões onde procurar o extremo.

O método assenta em duas modalidades de busca, uma que gera aleatoriamente as coordenadas dos pontos, a segunda busca faz-se a partir do conceito de vizinhos de um ponto.

Gerador Aleatório

As coordenadas de cada ponto são obtidas a partir de um gerador pseudo-aleatório, operações que se faz por "batch" isto é, o número de pontos gerados são predeterminedos.

OPERADOR DE INCLUSÃO e cálculo de Funcional
~~A partir do gerador verifica quais~~
o pontos que caíram nas regiões de validade e ao mesmo tempo são calculados e simultaneamente são calculados os valores de funcional.

obtido por "batch" de vetores que satisfazem as condições de inclusão são efectuado o cálculo de duas Figuras: Cobertura e PROXIMIDADE DE

Cobertura: é a relação do número de pontos que satisfizeram as condições de inclusão e o número de pontos total gerado

Proximidade: corresponde a uma distância definida pela avaliação do MAX. MIN de todas as distâncias de qualquer ponto a todos os restantes

A medida que o número total de vetores gerados vai crescendo tanto a Proximidade

Como a Cobertura atinge uma certa estacionaridade ~~e quando~~

DECISOR I

Quando a ^{relativa} Variação V de Cobertura e da Proximidade atinge certos valores preestabelecidos, o decisor I, em vez de voltar a instruir ^{a geração de} V novo "batch" de valores desloca o programa para a sub-rotina vizinhos.

Gerações de Vizinhos

Uma 1ª vizinhança de um ponto dado é o conjunto de pontos cuja proximidade de esse ponto é igual à unidade.

Gerada que seja ~~uma~~ as 1ª vizinhanças de todos os pontos, esta coleção é ^{incluída} passada pelo operador V que verifica da respectivas incluídas e conserva os que a ela satisfizerem e simultaneamente calcula a funcional para todos os pontos repetidos.

GORTE :

Este operador tem por objectivo eliminar pontos cuja funcional está mais afastada do extremo.

Para tanto é ajustada uma distribuição que toma o valor 1 no ponto a que corresponde o φ máximo (ou mínimo) e o ao ponto que corresponde o φ mínimo (ou máximo), a distribuição é monótona crescente $\frac{1}{2}$

O corte consiste em eliminar os pontos cujos valores distribuídos são inferiores a um certo valor dado, e este será considerada a probabilidade de ver perdido o ~~to~~ extremo por se terem desperado os pontos adjacentes.

Só os pontos retidos permanecem para a próxima iteração.

DECISOR II :

A função desta sub-rotina consiste em confrontar a φ extrema de iteração anterior a φ extrema de iteração presente e ~~to~~ quando estas forem iguais e o número de pontos que a possuem forem os mesmos, considera interrompida a sucessão de iterações e do' por encerrada a busca dos extremos.

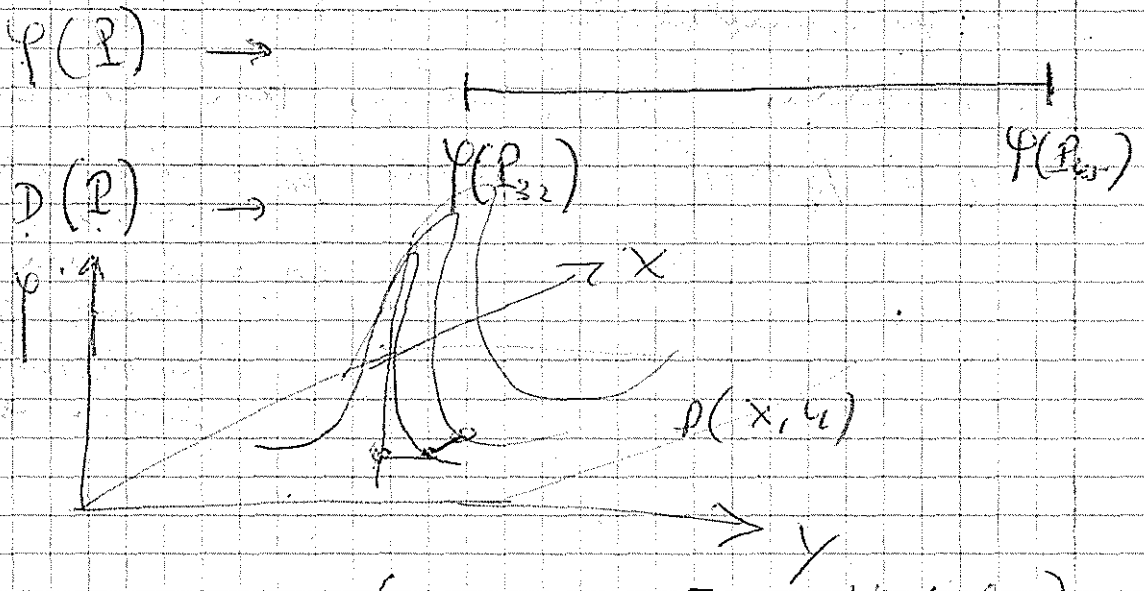
6

Um único operam calcula a probabilidade de se ter perdido o extremo significativo pela equação

$$p = p_0^n$$

onde $p_0 =$ a probabilidade de corte

$n =$ o número de iterações, ou seja de vizinhanças perdidas



DECISOR I $\left(\frac{\Delta \text{ Custos e Fases Vizíveis}}{\Delta \text{ Gerações de Nº Abord.}} \right)$

30 → 50 →

(0,9) → (0,6)