

Ref (2)

19. CONGRESSO NACIONAL DE MECANICA TEÓRICA APLICADA

"APLICAÇÃO DO CONCEITO DE PROXIMIDADE A TERMODINAMICA
MACROSCÓPICA "

António Gouvêa Portela
PROF. CAT. DO I.S.T.



"APLICAÇÃO DO CONCEITO DE PROXIMIDADE À TERMODINÂMICA MACROSCÓPICA"

por

António Gouvêa Portela (1)

I - INTRODUÇÃO

O Estado dum Sistema Termodinamico em equilíbrio no seu interior e com as suas fronteiras, admite-se, em Termoestática, ficar completamente descrito por um número finito de variáveis reais que tem a natureza de " \mathcal{V} -medidas" do sistema.

O vocábulo " \mathcal{V} -medida" tem o sentido dado corrente mente na Teoria de Medida, e uma das propriedades mais relevantes é a \mathcal{V} -aditividade, da qual resultam as designadas "leis de conservação" (da energia da massa do volume etc).

Assim se $n_i \in \text{Real}$, $i \in \theta$ Inteiro for o símbolo duma dessas "medidas", a imagem do estado dum sistema termodinamico poderá ser projectado num espaço afim de θ dimensões que o descreverá completamente.

Seja então a multiplicidade de θ variáveis notada por:

$$(N_{\alpha i}) = \alpha N = (\alpha n_1, \alpha n_2, \dots, \alpha n_{\theta}) \in \prod_{\theta} \mathbb{R} \equiv \mathcal{X}$$

A natureza física dos fenómenos termodinamicos não autoriza que se imponha em \mathcal{X} uma norma, metrica, ou distancia e outras.

Finalmente note-se que qualquer outra função do estado do Sistema Termodinamico (incluindo nesta classe de funções as

(1) PROF. CAT. DO I.S.T.

∇ -medidas) poderá ser descrita por funções, em geral, "bem comportadas" por troços e quanto às ∇ -medidas por funções homogêneas de grau 1.

Seja ν_0 uma ∇ -medida do Sistema, então num espaço com $\theta+1$ dimensões poderá descrever-se a função homogênea de grau 1 H_0 que relaciona ν_0 com o estado do Sistema descrito pela θ -multiplicidade $\nu \in \mathcal{X}$

$$\nu_0 = H_0(\nu)$$

Para dar maior transparencia ao formalismo, poderá visualizar-se ν_0 como a entropia e as restantes variáveis, ν_1, ν_2 etc como o volume, número de moles, energia interna etc.

2) Sistema de Proximidades

Como se disse no Capítulo 1, a natureza física dos fenómenos termodinâmicos não autoriza impor no espaço imagem correspondente, qualquer norma, métrica ou distancia, bem como as estruturas mais fracas delas derivadas.

Contudo é viável aplicar ao espaço imagem termodinâmico um Sistema de proximidades (*), cujas características são:

- 1) $\mathcal{X} \equiv \prod_{i \in \Theta} \mathcal{R}_i$ onde $\begin{cases} \mathcal{R}_i - \text{Corpo dos reais} \\ i \in \text{Inteiros} \\ \Theta \text{ um inteiro finito} \end{cases}$
- 2) $\mathcal{G} \equiv \mathcal{X}^2$
- 3) $\mathcal{Q} \in \mathcal{R}$ (reais)

(*) Veja-se o conceito de proximidade na comunicação do autor "Conceito de Proximidade em Mecânica".

4) A correspondência \mathcal{A}

tem forma seguinte:

$$(a^{\mathbb{N}}, b^{\mathbb{N}}) \xrightarrow{\mathcal{A}} [q_{\alpha\beta}, +\infty[\subseteq \mathbb{G}$$

Isto é, $\pi_{\alpha\beta} \equiv [q_{\alpha\beta}, +\infty[$

5) Os elementos $q_{\alpha\beta}$ referidos em 4), que são limites inferiores dos conjuntos $\pi_{\alpha\beta}$, são o resultado de uma aplicação contínua (e indefinidamente derivável) \mathcal{A}_0 de \mathbb{G} em \mathbb{G} gozando os valores dessa aplicação das seguintes propriedades:

$$5.1) \quad \forall_{\alpha\beta} \begin{cases} q_{\alpha\beta} = -q_{\beta\alpha} \\ q_{\alpha\alpha} = 0 \end{cases} \quad (\mathcal{A}_0 \text{ é antisimétrico)}$$

$$5.2) \quad \forall_{\alpha\beta\gamma} [q_{\alpha\beta} + q_{\beta\beta} + q_{\beta\gamma} + q_{\gamma\gamma} + q_{\gamma\alpha} = 0]$$

- Note-se que $q_{\beta\beta}, q_{\gamma\gamma} = 0$

- Note-se ainda que a adição operada dentro do parentese recto, sendo esta operação definida nos números reais, tem sentido.

- Note-se finalmente que sendo $\mathbb{G} = \mathcal{X} \bar{\mathcal{X}} \mathcal{X}$, ele é reflexivo e simétrico e ainda $\mathcal{D}, \mathcal{D}^*, \mathcal{I}, \mathcal{I}^*$ transitivos.

3) Interpretação Termodinâmica da definição de Proximidade

3.1) Processos reversíveis

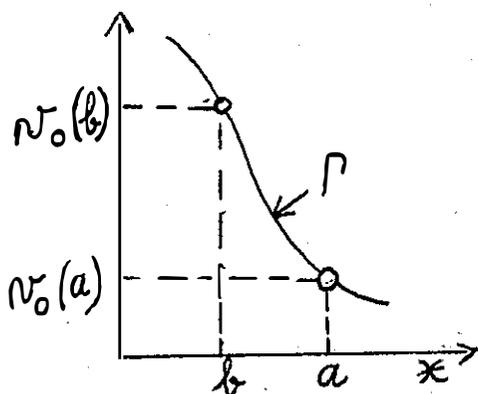


Fig: 1

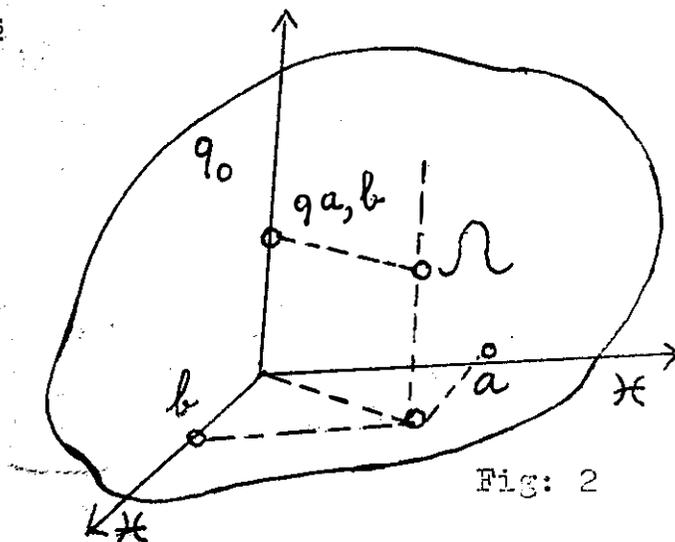


Fig: 2

Na Fig: 1 descreve-se \mathcal{N}_0 (entropia $\sqrt{\quad}$ -medida) em função de \mathcal{K}

Na Fig. 2 descreve-se \mathcal{Q} (Proximidade - funcional) em função de um par de estados (a, b).

A Superfície \mathcal{P} na Fig: 1 representará a superfície dos processos reversíveis.

A Superfície \mathcal{N} na Fig: 2 representará a superfície das proximidades \mathcal{Q} definidas.

Bastará fazer: $\mathcal{N}_0(b) - \mathcal{N}_0(a) = \mathcal{Q}(a, b)$ para se estabelecer uma correspondência entre os dois conceitos, \mathcal{N}_0 (entropia) e (proximidade).

O conceito de reversibilidade está contido na alínea 5,2) da definição de proximidade.

3.2) Processos irreversíveis

Os processos irreversíveis não podem ser descritos quer em \mathcal{P} quer em \mathcal{N} , porém \mathcal{N} representa o limite inferior de $\pi[\mathcal{Q}, +\infty[$ e aos processos irreversíveis corresponderá $\mathcal{Q}' > \mathcal{Q}$, onde $\mathcal{Q}' \in [\mathcal{Q}, +\infty[$.

Assim, um sistema que passa pelos estados $\mathcal{N}_{a_0}, \mathcal{N}_{a_1}, \dots, \mathcal{N}_{a_M}$ (estes estados susceptíveis de descrição no espaço termostático), a estes estados corresponderá uma sucessão de elementos de \mathcal{Q} que representaremos por: $\mathcal{Q}'_{a_0 a_1}, \mathcal{Q}'_{a_1 a_2}, \mathcal{Q}'_{a_{M-1} a_M}$ e porque o processo termodinâmico será, em geral, parcial ou totalmente irreversível, será ainda:

$$\exists_i (\mathcal{Q}'_{a_i, a_{i+1}} \geq \mathcal{Q}_{a_i, a_{i+1}}), i \in \theta$$

e daí resultará que:

$$\sum_{i=0}^{M-1} q'_{\alpha_i, \alpha_{i+1}} \geq \sum_{i=0}^{M-1} q_{\alpha_i, \alpha_{i+1}}$$

que será a característica dos processos reais (irrevisíveis) de Termodinamicos.

4) Conceito de Entropia

4.1) Embora para dar maior clareza nos Capítulos anteriores já se tenha feito referencia ao conceito de entropia, é aqui que se introduzirá formalmente.

Seja α_0 um estado do Sistema Termodinamico tomado para referencia

β um estado genérico do Sistema.

Faça-se: $q_{\alpha_0, \beta} = S_{\beta} - S_{\alpha_0}$ (1)

e $\delta S'_{\alpha, \beta} = q'_{\alpha, \beta} - q_{\alpha, \beta} \geq 0$ (2)

A S dar-se-á a designação de entropia reversível (\mathcal{T} -medi da), e a S' o de entropia e a $\delta S'$ o de entropia produzi da.

Será então:

$$\delta S'_{\alpha_0, \beta} = q'_{\alpha_0, \beta} - q_{\alpha_0, \beta} \geq 0 \quad (3)$$

$$\text{e } \delta S'_{\alpha, \beta} = q'_{\alpha, \beta} - q_{\alpha, \beta} \geq 0 \quad (4)$$

De (1), (2), (3) e (4) resulta que:

$$(S_{\beta} - S_{\alpha}) = q'_{\alpha, \beta} - \delta S'_{\alpha, \beta} \quad (5)$$

Deste modo S continua sendo uma "função de estado" possuindo a propriedade de \bar{V} -aditividade, mesmo nos processos irreversíveis.

Quando o processo é reversível será $\delta S'_{\alpha\beta} = 0$, donde
 $q'_{\alpha\beta} = q_{\alpha\beta}$

4.2) Vejamos o caso dos processos cíclicos

Ao termo de cada ciclo $S_{\sigma} = S_{\alpha}$ onde α é o estado inicial e σ o final (isto é, $\sigma = \alpha$).

Porque $\sigma = \alpha$ de $\sigma = \alpha$

Será $S_{\sigma} = S_{\alpha}$ donde $0 = q'_{\sigma\alpha} - \delta S'_{\sigma\alpha}$

ou finalmente: $q_{\alpha\alpha} = \delta S'_{\alpha\alpha}$

Se o processo for reversível

Será $\delta S'_{\alpha\alpha} = 0 \iff q'_{\alpha\alpha} = 0 = q_{\alpha\alpha}$

4.3) Introdução duma quantificação de $q_{\alpha\beta}$.

A simples declaração de que $q_{\alpha\beta} \in [q_{\alpha\beta}, +\infty[$ pouco informa a respeito do valor de $q'_{\alpha\beta}$, (ou o que é o mesmo a respeito de $\delta S'_{\alpha\beta} = q'_{\alpha\beta} - q_{\alpha\beta}$ uma vez que $q_{\alpha\beta} = S_{\beta} - S_{\alpha}$ é susceptível de conhecimento, se soubermos os valores de α e β).

Os sistemas de proximidades concentem a definição de funções sobre as proximidades \mathcal{T} ; medidas probabilização, conjuntos vagos, etc.).

Nada obsta que se avaliem as derivadas no tempo de $\frac{\partial \mathcal{N}_k}{\partial t}$:
 $\left(\frac{\partial \mathcal{N}}{\partial t}\right)_k$ e se calculem as derivadas parciais de variável \bar{V} .
 - medida $\mathcal{N}_m \equiv$ Energia interna em relação às restantes: $\frac{\partial \mathcal{N}_m}{\partial \mathcal{N}_k} =$
 $= W_k$

e se ofereça uma função \mathcal{H} de $(\alpha, \dot{v}_k, \alpha^W_k, t)$ com
 $k = 0, \dots, n-1,$
 $t = \text{tempo},$

e se declare que:

$$\delta S'_{\alpha, \alpha + \delta\alpha} = \mathcal{H}(\alpha^W_k, \dot{v}_k, \delta t)$$

onde δt é o tempo levado pelo sistema a passar de α para o estado $\alpha + \delta\alpha$ (que lhe é próximo).

Assim todas as teorias apresentadas nas termodinâmicas irreversíveis clássicas tem fácil cabimento no formalismo das "proximidades".

5) Conclusão

Do exposto se pode concluir que o conceito de "proximidade" sendo topologicamente mais fraco do que o de métrica ou pseudo-métrica, por exemplo, e susceptível de ser aplicado a estruturação de espaços formais que são adequados espaços imagens onde projectar os sistemas físicos reais (termodinâmicos).

É possível definir outras classes de "proximidades" e tentar encontrar as mais adequadas às situações reais, porém a que foi apresentada mostra-se suficiente para descrever a termodinâmica macroscópica irreversível.

