N O R M A, S.A.R.L.

Sociedade de Estudos para o
Desenvolvimento de Empresas

VP
1966

A INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL
NA EMPRESA

Documento nº. 9

Í N D I C E

Capítulo II

ESTUDO ELEMENTAR DE ALGUNS MODELOS E TÉCNICAS UTILIZADAS NA INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL (Continuação)

Capítulo II

ESTUDO ELEMENTAR DE ALGUNS MODELOS E TÉCNICAS UDILIZADAS NA INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL (Continuação)

9. TÉCNICAS DE SIMULAÇÃO

9.1. GENERALIDADES

Como fases principais da metologia das ciências que tratam dos diversos domínios do mundo empérico encontram-se as seguintes: observação, formulação de um modelo, dedução de soluções a partir do modelo e confrontação dos resultados obtidos com os factos observados. Acontece porém não ser possível, por vezes, seguir todas as fases deste processo. Assim, num dado problema, nem sempre se pode observar o fenómeno nas condições desejadas, como sucede, por exemplo, nos estudos de motores de foguetões para utilização no espaço interplanetário; também o problema pode ser de tal modo complexo que não seja possível construir um modelo simples para o seu estudo; ou dar-se o caso de não existirem técnicas analíticas para obter soluções de um modelo matemático como sucede, por exemplo, quando aparecem certos tipos de equações diferenciais às derivadas parciais; ou ainda não ser possível realizar experiências para testar a validade de um modelo.

Quando ocorre alguma destas dificuldades, o que é frequente nos problemas que são objecto de estudo da investigação operacional, é necessário utilizar técnicas de simulação.

É necessário distinguir os termos "simulação", "jogo" e "Monte-Carlo".

A simulação, em sentido lato, consiste em reproduzir os fenómenos reais por fenómenos semelhantes mas artificiais. Nesta acepção, a construção de um modelo (físico ou conceptual) para o estudo de um fenómeno real é já uma simulação; é costume, porém, excluír os tratamentos analíticos do sentido usual do termo "simulação".

A utilização tradicional da simulação tem sido feita em engenharia onde se adoptam, frequentemente, processos de simulação analógica para o estudo de sistemas complexos. Esta técnica consiste em utilizar um simulador analógico (eléctrico, mecânico, hidráulico, etc.) cujo comportamento é análogo ao do sistema real. A simulação analógica engloba os processos de treino por simulação, muito utilizados, por exemplo, no treino de pessoal que tem de trabalhar com certos tipos de equipamento.

A simulação digital faz-se por meio de modelos construídos através de computadores digitais.

Tanto a simulação analógica como a digital podem recorrer a métodos probabilistas, passando então a designar-se por método de Monte Carlo.

Outro tipo de simulação conhecido por jogo operacional ou simplesmente jogo utiliza-se no estudo de situações de conflito de interesses (caso dos jogos de empresas e jogos de guerra).

No esquema da fig. 25, apresentam-se as relações existentes entre os diversos tipos de simulação atrás referidos.

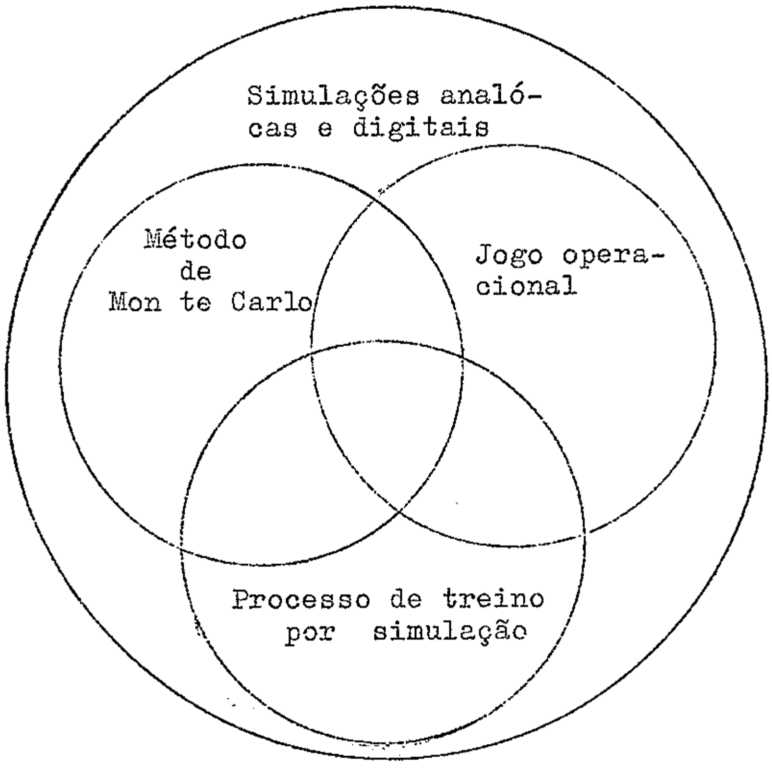

Fig. 25

9.2. MÉTODO DE MONTE CARLO

Para exemplificar a utilização do método de Monte Carlo em investigação operacional, considere-se o seguinte problema:

Um fábrica de automóveis produz cerca de 100 carros por dia mas, em relação a este número, numerosas causas provocam desvios. A produção pode ser descrita pela seguinte distribuição de probabilidade:

Produção diária	Probabilidade	Probabilidade acumulada
95	0,03	0,03
96	0,05	0,08
97	0,07	0,15
98	0,10	0,25
99	0,15	0,40
100	0,20	0,60
101	0,15	0,75
102	0,10	0,85
103	0,07	0,92
104	0,05	0,97
105	0,03	1,00
	1,00	

Os carros acabados são transportados por "ferry-boat" no fim de cada dia. Se o barco tem espaço apenas para 101 carros, qual será o número médio de carros que esperam para ser embarcados e o número médio de lugares vagos no barco?

Tome-se uma tabela de números aleatórios e escolham-se por exemplo 10 números aleatórios (correspondentes a uma experiência simulada de 10 dias) compreendidos entre 0 e 1. A coluna das probabilidades acumuladas permite construír o quadro seguinte:

Números aleatórios	Produção	Automóveis que esperam	Lugares vazios
0,2017	98	-	3
0,7449	101	-	-
0,9470	104	3	-
0,2215	98	-	3
0,9329	104	3	-
0,4504	100	-	1
0,4491	100	-	1
0,1623	98	-	3

0,0450	96	-	5
0,3270	98	-	3

Como se vê, em 10 dias esperarão 6 carros, o que equivale a 0,6 por dia. No mesmo período o número de lugares vazios, no barco, será 19/10 = 1,9. Neste caso o método de Monte Carlo consistiu na realização de uma amostragem simulada, mas também se utiliza na resolução de problemas não aleatórios. Vamos ver, por exemplo, como se pode calcular o número π utilizando o método de Monte Carlo.

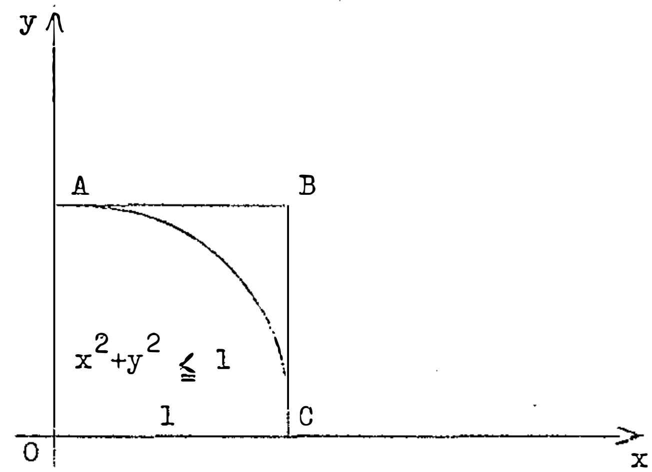

Fig. 26

Na fig. 26, considera-se o quadrado OABC de lado igual à unidade e o quarto de círculo inscrito OAC. A área do quadrado é igual a 1 e a do quarto de círculo é $\pi/4$. Portanto, a probabilidade de que um ponto P (x,y) esteja no quadro de círculo é

$$p = \frac{\pi}{4}/1 = \frac{\pi}{4} .$$

Tomando uma tabela de números aleatórios para escolha casual de números $x \leqq 1$, $y \leqq 1$, anotemos com um (*) aqueles que satisfazem à condição $x^2 + y^2 \leqq 1$:

x = 0,53	y = 0,74 *
x = 0,63	y = 0,38 *
x = 0,35	y = 0,30 *
x = 0,63	y = 0,43 *
x = 0,98	y = 0,25

x = 0,02	y = 0,63 ⁎
x = 0,64	y = 0,55 ⁎
x = 0,85	y = 0,07 ⁎
x = 0,58	y = 0,54 ⁎
x = 0,34	y = 0,85 ⁎
x = 0,03	y = 0,92 ⁎
x = 0,62	y = 0,95
x = 0,08	y = 0,45 ⁎
x = 0,07	y = 0,08 ⁎
x = 0,01	y = 0,85 ⁎
x = 0,72	y = 0,84
x = 0,88	y = 0,78
x = 0,45	y = 0,17 ⁎
x = 0,96	y = 0,76
x = 0,43	y = 0,31 ⁎

Em 20 pares (x,y) de números aleatórios há 15 que satisfazem à condição $x^2 + y^2 \leqq 1$. Portanto, uma estimativa de p é $p = 15/20 = 3/4$ e $\pi/4 \approx 3/4$, isto é, $\pi \approx 3$.

Prosseguindo na tiragem de números aleatórios obteve-se, numa experiência por nós realizada:

Pares de números aleatórios	Probabilidade p	π
30	5/6	3,33
40	17/20	3,40
50	41/50	3,28
60	50/60	3,33
70	59/70	3,37
80	64/80	3,20
90	73/90	3,24
100	82/100	3,28

O método de Monte Carlo tem sido também utilizado na determinação de probabilidades, resolução numérica de equações diferenciais, cálculo de integrais, problemas de reparações industriais, etc..