

À Exmo. Sr. Prof. António Gouveia Portela,  
com os respetivos empréstimos do  
Fernaudor

Lx 27/4/66

A INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL NA EMPRESA

Documento nº. 1

VJ  
1966

ÍNDICE

Pág.

NOTA PRÉVIA.....

Capítulo I

NATUREZA DA INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

1. OBJECTO DE ESTUDO DA INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL.....	2
2. METODOLOGIA.....	4
3. BREVE HISTÓRIA DESTA DISCIPLINA.....	6
3.1 PERÍODO ANTERIOR À SEGUNDA GRANDE GUERRA.....	6
3.2 PERÍODO 1939-45.....	7
3.3 PERÍODO DO APÓS-GUERRA.....	7
4. A INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL E A ECONOMIA.....	9
4.1 GENERALIDADES.....	9
4.2 APLICAÇÕES DA INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL À ECONOMIA.....	10
5. DESCRIÇÃO SUMÁRIA DA FORMA E CONTEÚDO DOS PROBLEMAS QUE SE APRESENTAM À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL.....	11
5.1 GENERALIDADES.....	11
5.2 FORMAS DE PROBLEMAS.....	13
5.2.1 PROBLEMAS DE "STOCKS".....	13
5.2.2 PROBLEMAS DE REPARTIÇÃO.....	14

	Pág.
5.2.3 PROBLEMAS DE FILAS DE ESPERA.....	17
5.2.4 PROBLEMAS DE ORDENAÇÃO.....	18
5.2.5 PROBLEMAS DE ESCOLHA DO ITINERÁRIO.....	20
5.2.6 PROBLEMAS DE SUBSTITUIÇÃO.....	21
5.2.7 PROBLEMAS DE CONCORRÊNCIA.....	22
5.2.8 PROBLEMAS DE PESQUISA.....	24
5.2.9 PROBLEMAS MISTOS.....	25
5.3 CONTEÚDO DOS PROBLEMAS.....	25
5.3.1 COMPRAS.....	25
5.3.2 PRODUÇÃO.....	26
5.3.3 COMERCIALIZAÇÃO.....	26
5.3.4 INVESTIGAÇÃO E DESENVOLVIMENTO.....	27
5.3.5 SEQUÊNCIA E LOCALIZAÇÃO DE PONTOS DE ESTRANGULAMENTO.....	27
5.3.6 PESSOAL.....	28
5.3.7 FINANÇAS E CONTABILIDADE.....	28

## NOTA PRÉVIA

A investigação operacional, que adquiriu além fronteiras uma larga projecção em vários domínios de actividade, não encontrou ainda em Portugal o acolhimento que merece, sendo mal conhecida pela maior parte dos quadros superiores das empresas e dos serviços públicos. Nestas condições, julgou-se útil a organização de um curso de iniciação que proporcionasse não só um conjunto de ideias claras e definidas sobre os limites e possibilidades desta jovem disciplina, seu conteúdo, técnicas utilizadas e variadíssimas aplicações, mas também a sua organização prática na empresa.

Assim, dentro dos objectivos que nos propusemos ao elaborarmos este curso, procuraremos fornecer uma base que permita despertar o interesse pela investigação operacional e deste modo abrir caminho a estudos mais desenvolvidos que lhe dêem a projecção necessária e a posição que lhe permita contribuir para o fomento de alguns sectores da actividade nacional.

O curso que vamos dar foi subordinado ao seguinte esquema:

Capítulo I - Caracteriza-se a investigação operacional e indicam-se os tipos de problemas a que é aplicada.

Capítulo II - Naturalmente o mais difícil, apresenta resumidamente os principais modelos e técnicas utilizadas na investigação operacional.

Capítulo III - Estabelecem-se as relações entre a investigação operacional e outras técnicas de direcção.

Capítulo IV - Indica-se, em linhas gerais, como se integra a investigação operacional na empresa.

## Capítulo I

### NATUREZA DA INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

#### 1. OBJECTO DE ESTUDO DA INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

Entende-se por operacão o conjunto de actos requeridos para obter determinado resultado, isto é, uma operacão é um complexo de actos inter-relacionados, executados simultâneamente ou em sequênciia, que conduzem à obtenção de determinados objectivos.

A investigação operacional não estuda, porém, todos os tipos de operações, interessam-lhe só as operações dos indivíduos integrados num certo tipo de sistema. Exemplificando: a investigação operacional não estuda as operações de um indivíduo que trabalha com uma máquina, mas sim o homem e a sua máquina.

A investigação operacional ocupa-se, pois, dos sistemas formados por duas ou mais partes cujos actos constituem uma operacão. Grande número de sistemas que interessam à investigação operacional envolve comunicação entre algumas das partes e certas conexões. A comunicação e conexões caracterizam um tipo de sistema a que se dá o nome de sis-tema estruturado ou organizacão. (1)

Mais rigorosamente, uma organizacão é um sistema que apresenta quatro características essenciais:

- 1) Alguns dos seus componentes são seres humanos.
- 2) A responsabilidade das escolhas de um conjunto de actos está dividida entre dois ou mais indivíduos e (ou) grupos de indivíduos.

---

(1) - Neste conceito, a empresa é um sistema estruturado ou organizacão. Referir-nos-emos frequentemente à organizacão a fim de que a caracterização da investigação operacional se faça em termos de grande generalidade.

- 3) Os subgrupos funcionalmente distintos são conhecedores das escolhas de cada um dos outros por meio de comunicação ou observação.
- 4) Um subgrupo de indivíduos no sistema tem função de controle: compara os resultados obtidos com os resultados desejados e faz ajustamentos no sistema por forma a reduzir as diferenças observadas.

Se alguma das condições 2, 3 e 4 não é satisfeita o sistema não está organizado. Se qualquer destas condições, embora satisfeita, não o é eficientemente, o sistema diz-se desorganizado.

Pode dizer-se que a classe de fenómenos estudados pela investigação operacional é constituída pelas operações das organizações mas, note-se, nem todas essas operações são estudadas pela investigação operacional. A fim de as caracterizarmos, vamos indicar os quatro tipos de alterações que se verificam numa actividade organizada:

- 1) Conteúdo da organização: aumento, diminuição ou modificação das pessoas e (ou) equipamento.
- 2) Estrutura da organização: alterações na divisão do trabalho, envolvendo homens e (ou) equipamento.
- 3) Comunicação: alterações na geração, recolha, tratamento e transmissão da informação.
- 4) Controle: alterações no modo por que os recursos disponíveis são usados.

No estudo das alterações 1), 2) e 3) intervêm várias disciplinas tais como a psicologia, a engenharia, a cibernética e a economia.

Embora em certos estudos de investigação operacional seja necessário determinar quais as modificações a efectuar no conteúdo e estrutura da organização e na comunicação, para atingir determinados fins, é o controle que constitui domínio de aplicação da investigação operacional.

O controle obtém-se pela decisão correcta dos responsáveis pela direcção das operações: Fornecer às autoridades executivas de uma organização os resultados que sirvam de base a uma decisão correcta, eis pois o importante objectivo da investigação operacional.

A investigação operacional tem sido aplicada com nítido êxito em vários domínios: economia (agricultura, indústria, comércio e transportes), finanças, engenharia, construção, educação e investigação científica, medicina e biologia, sociologia, forças armadas, etc.

## 2. METODOLOGIA

Como características gerais da metodologia da investigação operacional apontam-se: a utilização de modelos matemáticos, o carácter interdisciplinar e o estudo dos sistemas como um todo.

A investigação operacional, reconhecendo estruturas matemáticas análogas num certo número de problemas, elabora os chamados modelos operacionais que servem para representar a operação e determinar as decisões óptimas. Por esse facto são também modelos de decisão.

Os modelos podem ser muito difíceis de construir e apresentam-se frequentemente com uma expressão matemática complicada. No entanto, a estrutura de um modelo operacional é relativamente simples. Com efeito, designando  $E$  uma medida de eficiência,  $C_i$  variáveis controláveis ou de acção e  $I_j$  variáveis incontroláveis,  $E$  é função de  $C_i$  e  $I_j$ , isto é, a forma básica de um modelo operacional é

$$E = f(C_i, I_j).$$

Em certos casos, é necessário acrescentar a este modelo básico um conjunto de restrições sobre os valores possíveis de  $C_i$ .

Construído o modelo matemático que representa a operação, põe-se o problema de obter os valores de  $C_i$  que optimizam  $E$ . Isso consegue-se pela utilização da análise matemática ou por métodos de simulação que, fundamentalmente, consistem na realização de experiências abstractas de carácter aleatório sobre o modelo. Em qualquer dos casos, a solução aparece na forma

$$c_1 = f_1(I_j)$$

$$c_2 = f_2(I_j)$$

.....

$f_1, f_2, \dots$  são as chamadas regras de decisão.

No que respeita ao carácter interdisciplinar da investigação operacional, deve notar-se o seguinte: a divisão da ciência em disciplinas foi feita pelo Homem, não pela Natureza. Ora os diversos ramos da ciência não podem ser individualizados por uma categoria de fenómenos que constituem o seu objecto de estudo mas distinguem-se, sim, pelos aspectos parcelares sob os quais o encaram. Por exemplo, um acto de comunicação pode apresentar aspectos físicos, químicos, biológicos, psicológicos, sociológicos e económicos.

Oposta à necessidade de divisão do estudo dos fenómenos por vários domínios especializados, esboça-se actualmente a tendência para se encararem os fenómenos na multiplicidade dos seus aspectos. Isto não significa que se deixe de caminhar para a especialização, absolutamente indispensável ao progresso do conhecimento, mas sim que a investigação dos fenómenos reais tende progressivamente a assumir um carácter interdisciplinar e a ser realizada por equipas de investigadores com diferentes especializações. A tendência para a adopção desta nova atitude científica resulta de se ter reconhecido que grande parte dos problemas que surgem no mundo real não podem ser resolvidos satisfatoriamente dentro dos limites de uma só disciplina.

As operações das organizações pertencem a essa categoria de fenómenos e, assim, deduz-se que uma das características da investigação operacional reside no seu carácter interdisciplinar, dando-lhe a possibilidade de encarar os problemas reais sob a multiplicidade dos seus aspectos.

As equipas de investigação operacional têm assim uma particularidade notável: agregam especialistas de diversas disciplinas que actuam tendo em vista o estudo unificado das operações.

Finalmente, a terceira característica metodológica da investigação operacional é a de que ela estuda o sistema como um todo, considerando a totalidade dos objectivos fundamentais e das classes de acções que in-

tegram a operação. Este processo de investigação é diferente do normalmente adoptado nas outras ciências e que consiste em simplificar um problema complexo, isolando-o de certos factores que nele influem, por forma a eliminar aspectos que dificultam o seu tratamento. A investigação operacional adopta orientação oposta: considera deliberadamente todas as componentes significativas que intervêm na operação cobrindo toda a área sob controle e não apenas uma parcela.

### 3. BREVE HISTÓRIA DESTA DISCIPLINA

#### 3.1 PERÍODO ANTERIOR À II GRANDE GUERRA

Embora o termo "investigação operacional" seja relativamente recente, a utilização de métodos científicos na preparação das decisões que competem a uma autoridade executiva remonta a datas longínquas. Recordemos que já no século III A.C., Hierão, tirano de Siracusa, pedia ao sábio Arquimedes que indicasse a mais eficiente utilização das armas da época a fim de romper o cerco imposto pela frota romana.

Mais perto de nós, Pascal, Fermat e sobretudo Jacques Bernoulli são os precursores da teoria da decisão, criando um novo ramo da matemática - o cálculo das probabilidades - cujo desenvolvimento teve grande influência nos progressos recentes da investigação operacional.

Em 1885, surgem os trabalhos pioneiros de Taylor sobre a organização científica do trabalho; em 1917, aparecem as contribuições de Erlang sobre as comunicações telefónicas e, em 1930, Levinson aplica os métodos científicos a problemas de mercado.

No domínio das aplicações militares devem referir-se os trabalhos importantes de Lanchester (1916), que traduziu em fórmulas matemáticas algumas complexas estratégias militares, e as contribuições de Edison sobre as técnicas a serem adoptadas pelos navios mercantes para se defenderem dos submarinos.

### 3.2 PERÍODO 1939-45

Foi no entanto durante a Segunda Guerra Mundial que a investigação operacional, já assim designada, recebeu um impulso extraordinário.

Desde 1939 que um pequeno grupo de técnicos dedicados à investigação operacional trabalhou, em Inglaterra, na crítica dos métodos de emprego dos primeiros radares. E, nas horas cruciais de 1940, o Estado Maior inglês recorreu a uma equipa de investigadores - o grupo Blackett - para conseguir o aproveitamento óptimo do sistema defensivo britânico. Citam-se, como resultados notáveis obtidos por esses cientistas, os seguintes: duplicação da eficiência dos ataques aéreos aos submersíveis, nova disposição dos comboios de navios por forma a minimizar as perdas, organização dos bombardeamentos aéreos sobre a Alemanha, etc..

Paralelamente, nos E.U.A., desde a sua entrada na guerra, grupos de investigação operacional foram incumbidos pelo exército, marinha e força aérea de estudarem científicamente cada uma destas armas. Métodos e formações de ataque dos submarinos inimigos, técnicas de bombardeamento aéreo por esquadrigilhas, meios de defesa contra os ataques aéreos dos japoneses, eis alguns dos assuntos estudados, tendo-se obtido uma sensível melhoria dos resultados e uma diminuição importante das perdas inevitáveis.

### 3.3 PERÍODO DO APÓS-GUERRA

No fim da guerra, os grupos de investigação operacional gozavam de merecido prestígio. Tinha ficado demonstrado, durante as hostilidades, que as equipas constituídas por especialistas das mais diversas disciplinas eram capazes de resolver complexos problemas, envolvendo muitas variáveis, e os métodos que tinham permitido obter uma maior eficiência das armas e uma valiosa economia em vidas humanas e material, eram suscetíveis de ser aplicados, em tempo de paz, na obtenção de uma

maior eficiência económica.

Terminado o conflito, numerosas empresas progressistas aplicaram nas suas organizações os métodos da investigação operacional que a tão bons resultados tinham conduzido no período das hostilidades. Na Inglaterra, por exemplo, as primeiras organizações a introduzirem a investigação operacional nos seus serviços foram a "British Transport Comission", o "National Coal Board", "Courtaulds, Ltd." e a "British Iron and Steel Federation". Também nos E.U.A., na França e, pouco a pouco, em todos os países abertos ao progresso científico, os meios industriais, comerciais e a própria administração pública foram-se interessando pelas técnicas da investigação operacional.

Nos Estados Unidos, onde existiam já, antes de 1941, numerosos gabinetes ou empresas de organização científica, a introdução da investigação operacional nos meios de negócios foi rápida e pode dizer-se que, embora existam nesse país milhares de especialistas, eles não chegam actualmente para satisfazer a procura das empresas.

Em França, a adopção dos métodos da investigação operacional começou a ser feita pelas grandes empresas nacionalizadas (S.N.C.F., E.D.F., etc.) e rapidamente se difundiu. Existem também, neste país, alguns grupos de consultores que se dedicam ao estudo científico dos problemas postos pela indústria e as maiores empresas dispõem das suas próprias equipas de investigação operacional.

Nos países socialistas, os métodos de investigação operacional encontram-se também muito difundidos. Na U.R.S.S., por exemplo, a investigação operacional é largamente utilizada no planeamento económico.

O desenvolvimento progressivo das aplicações da investigação operacional nos diversos sectores da actividade económica é, ao mesmo tempo, causa e efeito do número crescente de livros e revistas especializadas que se publicam hoje em todo o mundo. Simultaneamente, têm-se fundado numerosas sociedades científicas que agrupam os técnicos e as empresas interessadas na

investigação operacional. Entre as mais importantes citam-se: a Operational Research Society (Inglaterra), fundada em 1948, que publica desde 1950 a revista Operational Research Quarterly; a Operations Research Society of America, fundada em 1952, publicando o Journal of the O.R.S.A.; em França, a Société Française de Recherche Opérationnelle, (1) criada em 1956, edita a Revue Française de Recherche Opérationnelle.

Em 1 de Janeiro de 1959, fundou-se a Federacão Internacional das Sociedades de Investigação Operacional que agrupa, actualmente, as sociedades da Alemanha, Argentina, Austrália, Bélgica, Canadá, Dinamarca, Espanha, França, Holanda, Índia, Inglaterra, Itália, Japão, Noruega, Suécia e Suíça. A Federação começou a publicar, em 1962, a revista bibliográfica International Abstracts in Operations Research que regista todas as publicações de livros e artigos que dizem respeito à investigação operacional ou ciências afins.

#### 4. A INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL E A ECONOMIA

##### 4.1 GENERALIDADES

Dada a complexidade dos fenómenos que são objecto de estudo da economia, e nos quais intervêm factores da mais diversa natureza, são evidentes as vantagens que resultarão do emprego da investigação operacional no estudo desses fenómenos. Assim, assistimos actualmente a um esforço de remodelação e aperfeiçoamento dos esquemas tradicionais quer da teoria económica quer da econometria, com o recurso, sobretudo, aos novos modelos matemáticos utilizados na investigação operacional (teoria dos jogos, programação matemática, teoria das filas de espera, teoria da substituição e renovação, etc.).

---

(1) - Esta Sociedade juntou-se recentemente à "Association Française de Calcul et Traitement de l'Information" e passaram a constituir a "Association Française d'Informatique et de Recherche Opérationnelle".

Apelidar, porém, de investigação operacional os temas clássicos da economia e da econometria reformulados por meio dos novos modelos é, infelizmente, uma tendência errada que leva a confundir domínios diversos. Nem a investigação operacional é um capítulo da economia nem é um capítulo da primeira; por exemplo, não se passará a chamar investigação operacional à táctica militar só pelo facto daquela lhe ser aplicável.

Não podemos ir até ao ponto de predizer, como alguns autores pretendem, o desaparecimento da investigação operacional e a sua integração nas diferentes disciplinas, mas o que acontecerá certamente é a disseminação dos modelos matemáticos operacionais pelos vários ramos da ciência.

A investigação operacional, encarando as operações das organizações como um todo e na multiplicidade dos seus aspectos tem potencialidades que lhe garantem não só a existência mas também a possibilidade de contribuir com novos conhecimentos para o enriquecimento das outras disciplinas, em particular a economia. Por seu lado, o "desenvolvimento operacional" de cada um dos ramos da ciência permitirá que a aproximação interdisciplinar da investigação operacional seja cada vez mais frutuosa.

#### 4.2 APLICAÇÕES DA INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL À ECONOMIA

Como dissemos anteriormente, a reformulação da teoria económica e da econometria por meio dos modelos matemáticos utilizados na investigação operacional é um dos aspectos que mais deve interessar o economista moderno.

A utilização destes modelos tem provocado o acréscimo de operacionalidade dos modelos económicos e econométricos, permitindo resolver problemas que até há poucos anos não tinham encontrado solução satisfatória.

A teoria dos jogos, por exemplo, veio possibilitar o tratamento de situações de conflito de interesses tão frequentes na

economia: monopólio bilateral (monopólio-monopsónio), duopólio e oligopólio; combinações ou coalizões, como, por exemplo, quando os salários são determinados por uniões ou federações de trabalhadores e patrões; etc.

A programação matemática, em especial a programação linear, provocou uma verdadeira revolução na análise económica e na econometria. A programação matemática permite determinar a política óptima para atingir objectivos fixados, numa situação em que os recursos são limitados. Basta este enunciado muito geral para se anteverem as suas grandes possibilidades na micro e na macroeconomia. A teoria da empresa, as relações interindustriais, a teoria do equilíbrio geral e a economia do bem estar são exemplos de domínios profundamente remodelados com o recurso à programação linear.

Os aperfeiçoamentos da teoria económica e da econometria, no sentido de um acréscimo de operacionalidade, têm-se reflectido, evidentemente, na política económica. Ao nível da macro ou da microeconomia os modelos operacionais têm demonstrado a sua eficácia na tomada de decisões económicas. Poderiam citar-se muitos exemplos pois a literatura referente às aplicações concretas é vasta; mas, resumindo, pode dizer-se que os modelos operacionais são hoje empregados com êxito, ao nível macroeconómico, no planeamento económico e, ao nível microeconómico, na minimização dos custos, planeamento da produção, conservação e substituição do equipamento, utilização eficiente do pessoal, controle da qualidade, controle dos "stocks", campanhas de publicidade, estudo da procura, problemas de transporte, etc..

## 5. DESCRICAÇÃO SUMÁRIA DA FORMA E CONTEÚDO DOS PROBLEMAS QUE SE APRESENTAM À INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

### 5.1 GENERALIDADES

A investigação operacional é uma disciplina que apresenta unidade

e metodologia própria. Quer se faça investigação operacional numa siderurgia ou fábrica de detergentes, num estaleiro naval ou refinaria de petróleo, numa exploração agrícola ou numa mine de carvão, o caminho a seguir é idêntico:

1. Enunciar o problema.
2. Estabelecer o modelo matemático que representa a operação.
3. Deduzir uma solução a partir do modelo.
4. Discussão do modelo utilizado e da solução derivada.
5. Elaborar os meios de verificar a solução.
6. Pôr a solução em prática, completando-a se for necessário.

Não há, evidentemente, uma classificação única dos problemas que podem ser estudados por meio da investigação operacional mas, para cada tipo de classificação, verifica-se que os casos se repetem, surgindo o mesmo tipo de problema nas mais diversas situações.

Consideraremos a seguir oito formas básicas que, isoladamente ou em combinação, abrangem a maior parte dos problemas que se põem à entidade executiva de uma organização. A classificação adoptada é a seguinte:

- |                    |                          |
|--------------------|--------------------------|
| 1. "Stocks"        | 5. Escolha do itinerário |
| 2. Repartição      | 6. Substituição          |
| 3. Filas de espera | 7. Concorrência          |
| 4. Ordenação       | 8. Pesquisa              |

Relativamente a cada um destes oito tipos faremos algumas observações sobre o modo de tratar esses problemas, sem no

entanto entrarmos em detalhes técnicos que reservaremos para o Capítulo II.

Finalmente, agrupando os problemas em termos do seu conteúdo, daremos uma ideia da gama de situações concretas a que a investigação operacional tem sido aplicada.

## 5.2 FORMAS DE PROBLEMAS

### 5.2.1 PROBLEMAS DE "STOCKS"

"Stocks" são recursos inactivos. Homens, material, máquinas e dinheiro são os principais recursos de que dispõem as autoridades executivas.

Para existir um problema de "stocks" deve haver dois tipos de custos associados com os recursos inactivos: (1) um custo que cresce com o aumento do "stock", e (2) um custo que decresce com esse aumento.

Um custo que cresce com o "stock" é, sem dúvida, o custo corrente de "stockagem" que inclui custos de armazenagem, custos de obsolescência e deterioração, impostos, seguros, etc. Há custos que decrescem quando aumenta o "stock" como, por exemplo, os custos de rotura, que estão associados com a impossibilidade de satisfazer a procura ou com as demoras em a satisfazer.

Pode definir-se um problema de "stocks" como aquele em que está envolvido pelo menos um custo de cada tipo e onde a soma desses custos é influenciada ou pela procura de artigos, ou pela frequência de reaprovisionamento, ou ainda por ambas. A questão consiste em seleccionar a quantidade ou frequência de reaprovisionamento, ou ambas, por forma a minimizar a soma dos custos relevantes.

Os problemas de "stocks" aparecem nos mais variados contextos e existem técnicas matemáticas muito desenvolvidas para

o seu tratamento. O cálculo infinitesimal, o cálculo das probabilidades e a álgebra linear estão na base des sas técnicas. Em casos mais complicados, quando é possível construir o modelo mas é difícil obter a solução, utilizam-se técnicas de simulação que, em geral, envolvem o emprego de um computador electrónico.

### 5.2.2 PROBLEMAS DE REPARTIÇÃO

Estes problemas agrupam-se em três categorias principais. Um problema de repartição da primeira categoria define-se pelas seguintes condições:

1. Há um conjunto de tarefas (de qualquer tipo) a cumprir.
2. Há recursos disponíveis suficientes para cumprir todas as tarefas.
3. Pelo menos uma das tarefas pode ser cumprida de diferentes maneiras, utilizando combinações e quantidades diferentes de recursos.
4. Algumas das maneiras de executar as tarefas são melhores do que outras (por exemplo, mais baratas ou mais lucrativas).
5. Não há recursos disponíveis suficientes para fazer cada uma das tarefas da melhor maneira possível.

O problema consiste em repartir os recursos pelas tarefas por forma a maximizar a eficiência total; por exemplo, minimizar o custo total ou maximizar o lucro total.

No problema de repartição mais simples, pertencente a esta categoria, cada tarefa requer um e um só recurso e há o mesmo número de tarefas e recursos. É o chamado proble-

ma de afectação porque envolve a afectação de um recurso a cada tarefa.

Suponha-se por exemplo que numa empresa há n lugares vagos  $J_1, \dots, J_n$  e n candidatos  $I_1, \dots, I_n$ . Admitindo que, por meio de um teste, é possível obter quantitativamente a eficiência  $a_{ij}$  do indivíduo  $I_i$  para o lugar  $J_j$ , pretende-se afectar os indivíduos às tarefas por forma a maximizar a eficiência total. Representando por  $x_{ij}$  uma variável que toma o valor 1 ou 0, consoante o indivíduo  $I_i$  é afectado ou não à tarefa  $J_j$ , o problema traduz-se matematicamente do seguinte modo:

$$\text{maximizar} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

com as restrições

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1$$

$$x_{ij}^2 = x_{ij}$$

Quando algumas das tarefas requerem mais do que um recurso e se os recursos podem ser utilizados para mais de uma tarefa, o problema de repartição complica-se. Um dos problemas mais frequentes nesta categoria é o problema do transporte. Considere-se, por exemplo, um certo produto  $P$  que é produzido em cada uma das m fábricas  $F_1, \dots, F_m$  e seja  $A_i$  a produção anual de  $F_i$ . Suponha-se também que o produto  $P$  é procurado em cada um dos n mercados  $M_1, \dots, M_n$ , sendo  $b_j$  a procura anual em  $M_j$ . Pretende-se determinar a repartição óptima dos "recursos"  $a_1, a_2, \dots, a_m$  pelas "tarefas"  $b_1, b_2, \dots, b_n$  por forma a mi

nimizar o custo total de transporte. Designando por  $x_{ij}$  a quantidade de P transportada de  $F_i$  para  $M_j$  e por  $c_{ij}$  o correspondente custo de transporte, o problema de transporte traduz-se matematicamente do seguinte modo:

$$\text{minimizar} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

com as restrições

$$\sum_j x_{ij} = a_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$\sum_i x_{ij} = b_j \quad (j = 1, 2, \dots, n).$$

A segunda categoria de problemas de repartição abrange os que compreendem mais tarefas a cumprir do que os recursos disponíveis consentem. Assim, tem de se proceder a uma selecção das tarefas e à determinação da forma como devem ser executadas. Este problema é frequente, por exemplo, nas refinarias de petróleo: Dada a procura para uma gama variada de produtos (que não podem ser todos produzidos ao mesmo tempo) e os seus preços de venda, determinar a combinação de produtos que deverão ser fabricados e as respectivas quantidades por forma a maximizar o lucro.

A terceira categoria de problemas de repartição engloba aqueles em que é possível controlar a quantidade de recursos e, assim, determinar que recursos deverão ser acrescentados, onde ou que recursos deverão ser dispensados. Por exemplo, a necessidade de localizar uma nova fábrica ou armazém cria um problema deste tipo. De um grupo de fábricas, determinar as que devem fechar em períodos de contracção da procura. Dentro de uma fábrica, o problema pode surgir quando se trata de determinar

que tipos de máquinas se devem introduzir ou retirar da linha de produção.

A maior parte das técnicas matemáticas utilizadas no tratamento de problemas de repartição agrupam-se na teoria da programação matemática - linear, não linear, estocástica, paramétrica e dinâmica - cujo desenvolvimento é recente.

### 5.2.3 PROBLEMAS DE FILAS DE ESPERA

Um dos problemas de filas de espera estudado pelas equipes de investigação operacional durante a Segunda Guerra Mundial foi o da aterragem de aviões de bombardeamento regressados à base depois de um raid. Quando os aviões, em grande número, regressavam das missões efectuadas, chegavam à base, simultaneamente, com escassas reservas de combustível e alguns com avarias importantes. A necessidade urgente de todos aterrarem provocava problemas de congestionamento e obrigava os serviços de terra a acelerar o ritmo das aterragens, procurando desimpedir as pistas num tempo mínimo.

Em tempo de paz, também surgem problemas idênticos a todo o momento: nos correios, nos bancos, nos restaurantes, no trânsito, etc..

Em geral, uma fila de espera (ou bicha) aparece sempre que a procura de um serviço, por uma série de unidades (pessoas, máquinas, etc.), é superior às possibilidades de o satisfazer, sendo necessário diferir os serviços por um sistema de filas ou de ordenação entre essas unidades.

Em todo o problema de filas de espera há a considerar a entrada, que é a forma (aleatória, periódica, etc.) como chegam as unidades ao local de serviço, a disciplina ou regra segundo a qual se ordenam as unidades para aguardar a prestação do serviço, o mechanismo do serviço

ou a maneira deste se realizar e a saída ou forma como as unidades abandonam o local de serviço.

No domínio da economia da empresa os problemas de espera são frequentes. Exemplifiquemos: Considere-se um conjunto de máquinas numa unidade industrial e admitamos que, de tempos a tempos, uma máquina requer reparação. Supondo aleatórios o tempo de funcionamento normal de uma máquina e o tempo de reparação, põe-se o problema de estudar o número de máquinas na fila para reparação, de forma a ver-se qual é o número mínimo de operários necessários, a fim de que as filas de espera sejam mínimas e também o número de operários inactivos.

Certos problemas de "stocks" podem também ser interpretados como problemas de filas de espera. Artigos em "stock" são facilidades de serviço esperando por clientes, a procura do "stock" é a chegada de um cliente para serviço e a rotura do "stock" é uma bicha de clientes.

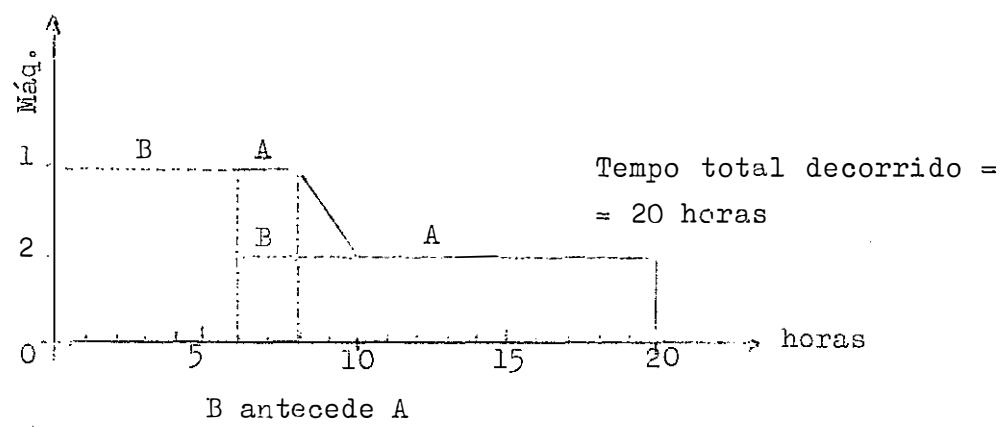
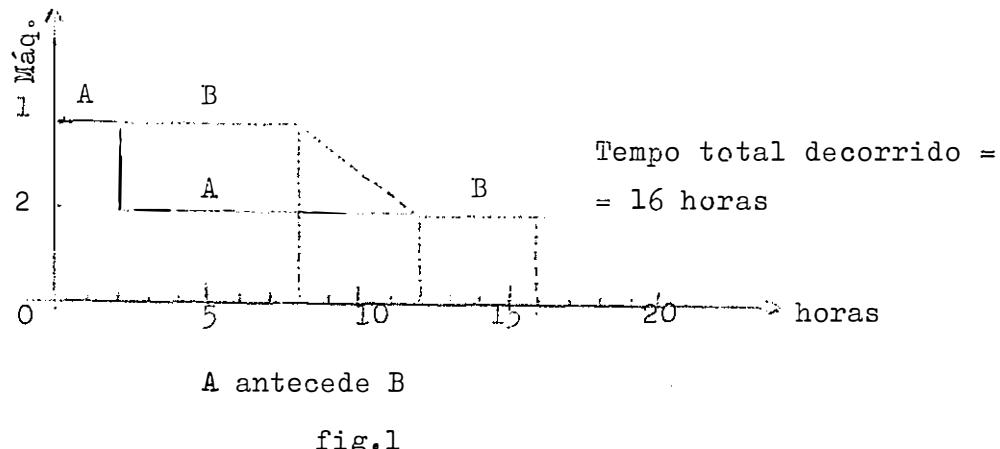
A teoria matemática das filas de espera está muito desenvolvida, fazendo larga utilização do cálculo das probabilidades, de equações diferenciais, integrais e equações de diferenças. Em certos problemas mais complicados há necessidade de recorrer a métodos de simulação.

#### 5.2.4 PROBLEMAS DE ORDENAÇÃO

Nos problemas de espera, a ordem segundo a qual as unidades são seleccionadas para serem servidas supõe-se definida. Nos problemas de ordenação pretende-se seleccionar uma disciplina da fila por forma a minimizar uma medida apropriada da operação.

Considere-se o seguinte exemplo de problema de ordenação: Suponhamos que há dois produtos A e B a fabricar, que cada um requer operações em duas máquinas, 1 e 2, e para ambos os produtos as operações na máquina 1 devem preceder

as da máquina 2. Admitamos ainda que A requer duas horas na máquina 1 e dez horas na máquina 2, e que B necessita de seis e quatro horas, respectivamente. Cada possibilidade pode determinar-se por meio de um gráfico de Gantt:



É claro que a comparação das duas sucessões (AB e BA) mostra que há uma diferença de quatro horas no tempo total decorrido na operação. Neste caso deve optar-se, evi dentemente, pela ordenação AB.

Infelizmente, na maior parte dos problemas de ordenação é difícil achar a solução óptima e só os mais simples se podem resolver pela análise matemática. Em quase todos os problemas reais é necessário proceder a uma simulação, e mesmo assim a quantidade de trabalho é muitas vezes proibitiva e somente é possível obter soluções

aproximadas.

Técnicas muito recentes permitem resolver uma variante de problema de ordenação que ocorre no planeamento da tarefa de construção ou num programa de investigação e desenvolvimento. Essas técnicas são designadas pelas iniciais P.E.R.T. (Program Evaluation and Review Technique), constituindo um método heurístico em que se associam a teoria dos gráficos, a teoria das probabilidades e processos de estimação e de reajustamento a partir do conhecimento prático do projecto.

Certas actividades no projecto devem preceder outras e algumas podem ser feitas simultaneamente. O problema consiste em estabelecer datas para o início e conclusão das actividades por forma a minimizar os custos das operações.

O P.E.R.T. aplica-se, por exemplo, aos seguintes problemas de ordenação: todos os tipos de construção e manutenção, planeamento do orçamento e lançamento de novos produtos.

#### 5.2.5 PROBLEMAS DE ESCOLHA DO ITINERÁRIO

Um dos problemas que cabe dentro desta categoria é o do "caixeiro viajante". Enuncia-se geralmente nos seguintes termos:

Um caixeiro viajante que tem um certo número de cidades a visitar conhece a distância (ou tempo, ou custo) da deslocação entre qualquer par de cidades. O problema consiste em escolher um percurso que comece na cidade onde habita, passe uma só vez por cada uma das cidades a visitar e termine no ponto de partida, por forma a minimizar a distância (ou tempo ou custo).

Com duas cidades não há escolha a fazer. Com três, uma das quais a cidade onde reside (A), há dois itinerários

possíveis (ABC e ACB). Para quatro cidades há seis percursos possíveis. Mas para onze cidades há aproximadamente 3 700 000 itinerários possíveis!

Um problema de escolha do itinerário pode aparecer em contextos muito diferentes.

Ainda não existe uma solução analítica geral deste problema mas há processos numéricos que permitem obter aproximadamente a solução.

#### 5.2.6 PROBLEMAS DE SUBSTITUIÇÃO

Os problemas de substituição são de dois tipos: os que envolvem artigos que se deterioram gradualmente com o tempo e os que se referem a artigos cuja eficiência desaparece completamente depois de um certo período de uso. Entre os artigos que se deterioram gradualmente com o tempo figuram as máquinas, vagões, barcos, etc.. A sua eficiência vai decrescendo com o tempo e pode ser levada ao nível inicial por meio de certa actuação. Entre os artigos que praticamente mantêm o seu nível de eficiência durante um certo tempo e depois se inutilizam completamente figuram os que, em geral, são pequenos e baratos: lâmpadas eléctricas, molas de automóveis, etc..

Em relação aos bens que se deterioram gradualmente, é evidente que, sem uma conservação preventiva ou correctiva, a diminuição da sua eficiência traduz-se geralmente numa utilização a custos crescentes. Para manter a sua eficiência há que proceder à conservação, que também envolve um custo. Além disso, certos bens tornam-se obsoletos. Assim, quanto mais longa é a vida do equipamento, maior é o custo de conservação ou maiores são as perdas devidas ao decrescimento da eficiência absoluta e relativa.

Por outro lado, a substituição frequente do equipamento envolve custos de investimento crescentes. O problema

consiste, pois, em determinar quando se deve proceder à substituição por forma a minimizar a soma dos custos de operação e investimento.

Os modelos matemáticos para resolver problemas deste tipo são, na maior parte dos casos, simples. Presentemente a programação dinâmica é uma técnica muito aplicada.

Para os artigos que mantêm o seu nível de eficiência durante um certo tempo e depois se inutilizam completamente, o problema consiste geralmente em optar por uma substituição de grupo, por uma substituição individual ou por uma substituição mista.

Há duas políticas extremas: substituir os artigos somente quando se inutilizam e substituir todos os artigos antes que qualquer deles se inutilize. No primeiro caso, há a vantagem de minimizar o número de artigos necessários para a substituição mas, como as inutilizações são relativamente frequentes, os custos associados às substituições são elevados. No segundo caso, o número de artigos necessários não é minimizado mas os custos de substituição são mais baixos.

O problema deve resolver-se escolhendo uma política que minimize a soma dos custos dos artigos, inutilizações e operações de substituição.

A análise matemática e processos de simulação figuram entre as técnicas utilizadas na resolução destes problemas.

#### 5.2.7 PROBLEMAS DE CONCORRENCIA

Um importante elemento que surge, tanto nos problemas económicos como nas questões militares de tática e estratégia, é a concorrência. Muitas vezes a decisão tomada por um indivíduo é afectada pelas decisões tomadas por um ou mais indivíduos. Essas decisões interdependentes podem

ser ou cooperativas ou concorrentes; são as últimas que se encontram mais estudadas.

Procuremos um exemplo:

Suponhamos que existem duas empresas A e B que partilham um determinado mercado e que têm de tomar em cada trimestre - portanto um grande número de vezes - uma decisão quanto ao emprego dos seus orçamentos de publicidade. Por hipótese, admitiremos que a publicidade faz deslocar os lucros de uma empresa para a outra por forma que o ganho de uma é a perda da outra. Considere-se ainda que existem duas estratégias extremas para cada empresa: a primeira estratégia consiste em despende totalmente o orçamento em publicidade nos jornais; a segunda em gastar totalmente o orçamento em cartazes. Cada empresa toma a sua decisão antes de conhecer a da outra e portanto são possíveis quatro eventualidades.

O comportamento das empresas será o seguinte: a empresa A procurará adoptar a estratégia que torne o seu lucro máximo, enquanto que a empresa B vai tentar tornar mínimo o lucro de A. Estamos assim perante um caso típico de estratégias concorrentes.

A teoria dos jogos permite formular a maior parte dos problemas de concorrência mas só possibilita a obtenção de soluções nos casos mais simples. Grande parte das situações reais tem de utilizar um tipo de simulação a que se dá o nome de jogo.

O jogo militar tem uma longa história e tem sido uma maneira de treinar os homens para o combate (concorrência). No entanto, só recentemente é que essas técnicas foram aplicadas a problemas industriais e governamentais (por exemplo, em diplomacia).

Num jogo, o contexto da situação da concorrência é simulado mas os agentes que tomam as decisões são reais.

A teoria da concorrência tem sido aplicado na indústria, por exemplo, para o estudo da política de preços, estratégias de publicidade, introdução de novos produtos no mercado, etc..

#### 5.2.8 PROBLEMAS DE PESQUISA

Considere-se o problema de detectar submarinos na rota de um barco ou combóio durante tempo de guerra. Utilizaram-se para esse efeito dirigíveis e pequenos balões que se deslocavam lentamente sobre a água, a baixa altitude, o que lhes dava grande probabilidade de detectar os submarinos. Porém, como estes engenhos se moviam lentamente, não tinham possibilidades de cobrir uma área vasta e portanto podiam escapar-lhes alguns. Se fosse utilizado para o mesmo efeito um avião rápido, é evidente que a área sob observação poderia ser aumentada mas diminuiria a precisão das observações, em consequência da velocidade do aparelho e do seu vôo a maior altitude. Neste caso, o aumento de área observada não compensava o acréscimo dos erros de observação.

Numa questão deste tipo há duas espécies de erros que se podem cometer: erros devidos à inadequada área de observação (erros de amostragem) e erros de observação. Há, evidentemente, custos associados a ambos os tipos de erros e à obtenção de informações.

Dispondo-se de uma quantidade fixa de recursos (tempo, dinheiro, ou investigadores) deve tomar-se uma decisão sobre a grandeza e o tipo da amostragem. A selecção de uma grandeza e tipo de amostragem apropriados, com recursos fixos, é o problema de pesquisa com restrições. No problema sem restrições deve também determinar-se os recursos a utilizar no processo. Quanto mais recursos se empregam maior é o custo da pesquisa mas menor é o custo esperado do erro.

É fácil reconhecer que o exame de contas é um processo

de pesquisa e dá origem a problemas do tipo que descrevemos acima. Muitos processos contabilísticos podem interpretar-se como pesquisas. Mais geralmente, todos os processos de estimação e previsão são problemas de pesquisa.

Diversos investigadores operacionais têm aplicado a teoria da pesquisa a problemas de exploração de recursos naturais com o objectivo de determinarem áreas de exploração e como explorá-las. Esses processos foram, por exemplo, aplicados à pesquisa de níquel e carvão.

As técnicas aplicáveis à resolução destes problemas assentam na teoria da amostragem, da estimação e na teoria psicológica da percepção.

#### 5.2.9 PROBLEMAS MISTOS

É necessário pôr em evidência que nem todos os problemas executivos pertencem a um dos oito tipos acima estudados. Com efeito, em grande número de casos, os problemas abrangem vários aspectos que cabem dentro das diversas categorias analisadas. Embora se possa decompor o seu estudo, a própria metodologia da investigação operacional obriga a uma análise global que permita descobrir as inter-relações existentes no fenômeno.

Também é importante para o investigador saber que há problemas que não cabem dentro de nenhuma destas categorias e que portanto permitem abrir novas vias de investigação.

### 5.3 CONTEÚDO DOS PROBLEMAS

#### 5.3.1 COMPRAS

A investigação operacional tem sido utilizada para determinar as políticas de compra de matérias primas cujos preços são estáveis ou variáveis. As soluções deste tipo de problema

mas indicam quanto se deve comprar, quando e onde.

A investigação operacional tem sido empregada também para for mular estratégias de exploração de depósitos naturais de ma-  
térias primas e preparar planos para a exploração de tais re cursos, depois de localizados; utiliza-se igualmente na com-  
pra de bens de equipamento no sentido de seleccionar o tipo  
de equipamento, determinar quando deve ser comprado ou aluga do, se é preferível ser usado ou novo, etc..

### 5.3.2 PRODUÇÃO

No que se refere a problemas de produção, a investigação ope-  
racional tem sido aplicada em diversos domínios : no planea-  
mento e localizaçāo de fábricas e determinação da ~~produção~~ em que devem ser automatizadas; estudo das fontes de energia para um complexo de fábricas, determinaçāo das espécies de energia e quantidades óptimas a fornecer; determinação de quais as fábricas de um complexo industrial que devem ser fechadas, sob que condições e em que ordem.

A investigação operacional tem sido largamente utilizada no delineamento de políticas de produção (quantidades, processos, tipos de produtos, etc.), de sistemas de controle de qualidade, de conservação preventiva e correctiva, assim como em diversos estudos referentes à estabilização da produção e do nível de emprego.

### 5.3.3 COMERCIALIZAÇÃO

A investigação operacional tem sido aplicada vantajosamente na localização de pontos de distribuição, seu dimensionamento, quais as quantidades que devem ter em depósito e os clientes que devem servir; na determinação da amplitude de um orçamento de vendas e na repartição das suas rubricas pelas vendas directas, promoção de vendas e publicidade; na determinação do número de vendedores de uma empresa, do nú-

mero e qualidade dos clientes que lhes devem ser afectados, da frequência com que devem visitar cada cliente e que tempo deve ser gasto na prospecção de clientes; na determinação dos tipos de produtos que os consumidores necessitam e das variedades de tamanhos, modelos, cores, etc., preferidos; na adaptação dos modelos, embalagens, etc..

Tem-se utilizado também a investigação operacional para determinar se os serviços de assistência devem ficar a cargo da fábrica ou de outros indivíduos, que tipo de garantia e durante quanto tempo deve ser oferecida; e ainda na localização de retalhistas, repartição do seu espaço interno pelo armazém e vendas, determinação dos casos em que devem ser dirigidos pela fábrica ou por outros indivíduos, etc..

#### 5.3.4 INVESTIGAÇÃO E DESENVOLVIMENTO

A investigação operacional foi aplicada recentemente na determinação do orçamento para investigação e desenvolvimento e na averiguação de como deve ser dividido entre a investigação fundamental e a aplicada. Tem sido também utilizada na determinação do número de investigadores, áreas de investigação e sua organização.

#### 5.3.5 SEQUÊNCIA E LOCALIZAÇÃO DE PONTOS DE ESTRANGULAMENTO

Dado que em muitas operações complexas a tarefa total se descompõe num grande número de actividades, acontece que algumas delas têm de esperar que outras se completem para poderem então começar, verificando-se que surgem também actividades que são paralelas.

Estabelecidas as ligações e dependências entre as actividades, é possível determinar o caminho crítico, isto é, a sucessão de actividades de que vai depender o tempo de realização do projecto. Deslocando recursos pode-se minimizar esse tempo utilizando os métodos do P.E.R.T. que constitui,

actualmente, um dos modelos matemáticos mais aplicados na investigação operacional.

#### 5.3.6 PESSOAL

A investigação operacional tem sido usada não só na determinação óptima da composição de idades e especializações dos operários, no estudo das causas de acidentes e modos de os evitar, causas de absentismo, etc., mas também no recrutamento do pessoal, sua distribuição pelas tarefas e na medida da sua eficiência.

#### 5.3.7 FINANÇAS E CONTABILIDADE

Neste domínio, a investigação operacional tem sido aplicada no delineamento de processos de contabilidade e exame de contas que minimizem a soma dos custos dos processos e dos erros; na processação automática de dados; no controle da contabilidade manual e, em geral, no controle das operações de escritórios; no estudo da política de crédito para uma empresa, e dos processos para estimar os riscos do crédito.

A investigação operacional é usada também na determinação das necessidades de capital a longo prazo e no estudo da composição das carteiras de títulos.

\*

\*       \*

É fácil concluir da precedente enumeração de problemas que a maior parte deles tem sido estudada, desde há muitos anos, sem o recurso aos métodos da investigação operacional. Este facto vem sublinhar um importante aspecto que, aliás, já aflorámos: a investigação operacional não se distingue pela natureza dos problemas que investiga mas sim como os aborda.

A aproximação interdisciplinar e a análise dos sistemas como um todo são os traços fundamentais que têm garantido à investigação operacional o estudo eficiente dos problemas reais.