# << MODÊLOS >>

## 1 INTRODUÇÂO .

### 1.1 Há Modêlos e Modêlos .

Um <modêlo> pode entendêr-se como uma 'imagem' dum 'ente' real ou virtual .

Tambem se designa o 'ente' a modelar por <modêlo> e para estabelecêr uma distinção, ao 'ente' que se copia ou imita dá-se o nome de <modêlo referêncial> ou simplesmente <modêloR>.

Essa 'imagem' é em geral parcial e destina-se a imitar, por exemplo : o <comportamento> , a organização interna, ou alguns dos atributos do <modêloR> ou ente_referêncial .

Um modêlo é um "abstractus" do <ente> que se procura imitar e toma a forma que melhor se adequar à <finalidade> que se viza .

Assim, dum dado ente, real ou virtual, podem abstraír-se, inumeraveis modêlos .

A <finalidade> da modelação vai permitir classificar os <modêlos> . A seguir apresentam-se alguns classes cujo critério de admissão é a <finalidade> :

- <atributos> , o modêlo e o ente deverão ter uma lista de atributos proximos .
  E.g.: Mesma forma, volume, pêso, altura, prêço, etc.
- <comportamento> , o modêlo tem um comportamento que 'aproxima' o do ente , mas NÃO processa, necessariamente, a informação dum modo identico .
  O que se visa é a 'correspondência' dos pares (Entrada,Saída) do modêlo e do ente mas os processamentos internos podem sêr diferentes .
  E.g.: Duas centrais electricas a fuel, uma com turbinas a gas e outra com caldeiras a vapôr, podem ter o mesmo modêlo formal, se a finalidade fôr comparar consumos de combustivel e produção de energia para o que basta que haja uma correspondência entre os pares (Entrada,Saida), neste caso (Fuel,Electricidade).
- <processamento da informação> , o modêlo e o ente processam a informação dum modo similar e teem 'entradas' e 'saídas' de informação equivalentes .
  As limitações das modelações, impõem que os conjuntos do par (entrada,saída) do modelo sejam sub-conjuntos dos conjuntos respectivos do par (entrada,saída) do ente .
  Estes modêlos visam apenas modelar bem as <funções> dos diversos componentes de que é formado o sistema completo . E.g.: Modelação do 'interior' do ente , implica particionar as centrais em unidades operativas, caldeiras, turbinas, bombas, condesadôres, ventiladôres, alternadôres etc. etc. e modelar separadamente cada um dêstes aparêlhos bem como o modo como estão ligados .

Reservam-se as palavras <modêlo> para o resultado duma modelação e as de <ente_Modelando>, <ente>, <modêlo R> ou <modêlo referêncial> para descrever o 'ente' que se procura imitar, copiar, emular, simular, etc. .

### 1.2 Do Essêncial e do Supletivo

Na impossibilidade de abarcar o real na sua complexidade os biotas escolhem uma minúscula parte da informação disponivel mas suficiente para sobreviverem .

Este processo de uma voluntária <pêrda de informação>

assente numa dicotomia , informação essêncial e supletiva, o resto da informação acessivel .

O ente, por força da sua vivência e experiências, pode alterar o conteudo do conjunto 'essêncial' .

Os métodos mais usados são :

- Escolha dos atributos a observar, presumindo que os inumeraveis atributos restantes não "interessam" .
- Filtros, reduzir para cada atributo o intervalo de observação, e.g. bandas de frequência, de fase, de intensidade , limitar a precisão, etc. .
- Amostragem , explorar o espaço e o tempo colhendo "amostras" no espaço e ou no tempo .
- Tratar a informação observada por operadores reductores, adicionando, usando médias, maximos , minimos , etc. .

## 1.3 Linguagens e Representação

Os biotas criam ou dispoem de uma ou várias <linguagens> para descrevêr o que se passa no <seu universo> .

As linguagem podem têr complexidades e suportes muito diferentes , por exemplo :

Simples lista de "frases", associadas a situações, coisas, ordens e avisos e cujo suporte são gestos(dança), sons, sinais objectos , etc. .

Relações atributivas, distinguindo entre <Nomes> e <Atributos> e construindo <relações>, pares (Nome,Atributo) .

Relações gerais, distinguindo entre <Nomes>, <Atributos> e <Verbos> e sabendo já construir triadas, (X__, Verbo, Y__) .

Sintaxe explicita, distinguindo quais as "frases bem formadas", e dispondo de (Regras de inferência)

Semântica explicita, criando o par Semântica/Sintaxe e permitindo a Generalisação e a Indução .

Os suportes das linguagens foram progredindo em simultaneo.

A representação dum "ente" real ou "virtual" depende da "linguagem" , formal, de que se dispôem .

A falta duma linguagem adequada limita a qualidade da "imagem" .

Há tres Conjuntos universais essenciais :

S, substantivos, descrevem <entes>,

A, adjectivos, descrevem as propriedades dos <entes> ,

V, verbos, descrevem relações, vinculos entre os elementos cohidos nos conjuntos S, A, e V, formando tríadas X,V,Y onde X,Y pertencem ao conjunto (S+A+V).

As disciplinas formais, as matemáticas, são exemplos de linguagens com sintaxes explicitas de aplicação rigorosa .

## 1.4 Observar, Comandar e Paralelotropos Mínimos .

As limitações instrumentais implicam que tôda a observação consuma algum tempo e que o dominio de observação seja igualmente finito .

Assim no espaço-tempo existe um paralelotropo mínimo imposta pelos instrumentos .

Há uma discretização forçada do continuo e os aneis e módulos são melhores descritores do universo observavel do que corpos e espaços vectoriais .

Um computadôr será sempre um instrumento que usa conjuntos universais isomorfos com um reticulado dispondo dum conjunto universal finito .

Se as "memórias" se tornassem muito baratas o método dos quadros de verdade usado com as variaveis booleanos poderia sêr repetido para inteiros e pseudoreais .

Com os comandos e accções sucede o mesmo porque as instrucções <continuas> são na verdade discretas .

## 1.5 Operadores Reductores .

Toda a relação que parte dum n-multiplo de dados e toma valôres num m-múltiplo e n>m , diz-se uma relação reductora, RR e $y = RR(x)$ , onde

x pertence Xn , producto carteseano de dimensão n ,
y " Ym , " " " " m
e n>m .

Exemplos :

- os orgãos da visão convertem milhões de fotões em alguns impulsos electricos .
- um homem decide ou não tomar o comboio (var.booleana) mas o operadôr cerebral, processou milhares de dados e explorou centenas de hipoteses .
- Soma, producto, somatório, piatório, media, maximo, minimo, momento, potencial, funcional extremanda, são todos operadores que teem a finalidade, partindo duma situação complexa, chegar a uma situação mais simples e frequentemente booleana, sim ou não .

As redes neuronais bem como os cerebros são formados de muitos operadores reductores .

As relações inversas, RI, das relações reductoras, RR, teem a forma : $x = RI(y)$ , onde RI é o inverso de RR .

As relações RI teem muito interesse , nomeadamente, permitem induzir uma topologia Sn no conjunto Xn e assim introduzir o conceito de <equivalência> .

A "imaginação" poderá assimilar-se a uma operação do tipo RI na medida em que se parte duma <informação> e se constroiem "imagens" não contidas nessa informação e assim o processo da imaginação conciste em passar do simples ao complexo .

Exemplificando,

- conhecido o operador reductor, RR e dada a <imagem>, y , descobrir alguns objectos x capazes de produzir essa imagem y .
- conhecidos o objecto x e a imagem y, descobrir , imaginar operadores RR capazes de satisfazer a $y= RR(x)$ .

A investigação parte de algumas observações simples e esparças e procura reconstruir a relação RR .

Embora não tendo sido experimentado todo o dominio Xn, é corrente postular que RR se aplica a um vasto espaço Xn , deixando aos experimentadores a função de confirmar ou infirmar .

## 1.6 Circulações e recorrências .

Se a imagem terminal do processamento duma observação tiver de sêr comparada com a imagem recebida , a "proximidade" das duas imagens poderá sêr o critério para prosseguir ou não com o processo .

Este método implica circular a informação pelo mesmo operadôr ou seja aplica-lo recorrentemente , podendo daí nascerem problemas de estabilidade, localização de atractores e ou repulsores, etc. .

Os métodos recorrentes são mais pesados e dificeis de tratar .

Uma circulação muito corrente conciste em fazer participar na construcção de Xn tambem Ym , sendo Ym um subespaço de Xn .

Neste caso a recirculação só deverá sêr interrompido

quando y convergir . Seja :
. Xn = Xa + Xm , sendo Xa e Xm disjuntos .
. y = RR(ai,mj), com ai em Xa e mj em Xm .
Os elementos do tipo mj resultam da aplicção recorrente do operador RR .

## 2 RÊDES .

### 2.1 Modelação e redes .

No caso dum Ente ter sido particionado em D partes, é possivel associar cada parte a um NÓ dum grafo e descrever as interaccções entre as partes e destas com o exterior , por meio de arcos orientados .

Dois conjuntos Universais, não vazios, são importantes : o conjunto dos NOS e o conjunto dos ARCos orientados

Alguns NOS estão ligados por ARCos ao <exterior> , a "entrada" na rêde faz-se pelos NOS onde incidem os arcos vindos do <exterior> e a "saida" da rede faz-se dos NOS donde partem arcos para o <exterior> .

É possivel associar aos NOS relações entre as saidas dos arcos que incidem num NÓ e as entradas nos Arcos que partem desse NO.

Tambem é possivel associar a cada arco uma relação entre a entrada e a saída .

### 2.2 Grafos .

Para melhor descrevêr uma rede será adiante apresentado um grafo típico e seja :

. IDX Conjunto de Indices (inteiros +)
. UN " NOS da rêde .
. UA " ARCos " "
. Ni NO de indice i , elemento de UN .
. Aij Arco orientado partindo de Ni para Nj , elemento de UA .
. Eij Sinal de <entrada> em Nj , proveniente de Ni e transmitido pelo arco, Aij,
. Sjk Sinal de <saida> de Nj , destinado a Nk e transmitido pelo arco, Ajk .
. {Ej} Conjunto dos Eij , sendo dado j .
. {Sj} Conjunto dos Sij , sendo dado j .
. Fjk Função associada ao arco Ajk e da forma :
Ejk = Fjk(Sij,{Pjk}) . = Fjk(Sjk , {Pjn})
. {Pjk} Conjunto dos parametros da função Fjk .
. Q{j}k Função executada no NO, Nj e que tem por dominio {Ej} , as entradas em Nj e por saida Sjk , a saída de Nj para Nk .
Sjk = Q{j}k ({Ej},{Pj}) .
. {Pj} Conjunto dos parametros associados a Q{i}j .

A fig:1 represente o grafo duma rede .

Esta forma muito genérica de rêde pode sêr simplificada introduzindo algumas restrições, e.g. :

a. Os conjuntos dos NOS que recebem sinais do exterior e dos que enviam sinais para o exterior são disjuntos.
b. A rêde não tem circulações do tipo Aii .
c. As funções dos arcos que proveem do ou vão para o <exterior> são do tipo unitário , Eij =Sij .
d. As funções Fij, não são parametricas .
e. As funções Fij são todas unitárias .
f. As funções Q{Ei}j não dependem de j , isto é, são a mesma para todos os arcos de saída de Ni ,

Q{Ei}j = Q{Ei}k , onde Sij,Sik são saidas de Ni .
g. As funções Q{Ei}j teem uma forma simples , e.g.: média, soma , maximo das entradas em Ni .
h. Todos os NOS da rede só teem uma entrada e uma saida e Q{Ei}j resume-se a QEi,EJ .
i. Finalmente QEi,Ej = Pi , um parametro a ajustar .

## 2.3 Matrizes .

Descrição matricial de Grafos é uma solução corrente sendo os NOS dessa matriz operadores (Funções) e não constantes .

Em geral é possivel construir uma matriz rectangular, MXmn, com n colunas, n = cardinal(UN) e m linhas , m = cardinal(conjunto NOS de Saída)

Um elemento genérico Mij da matriz será representado por uma função FMij, da forma SMij = FMij(EMi), SMj = SOMAT(SMij), onde i percorre todas as colunas e SOMAT é um somatório usando a connectiva aditiva do reticulado .

Notar que nem sempre é simples ou até possivel passar das funções Fij e Q{i}j para as funções SMij .

## 2.4 Operadores correctores.

Para apresentar o têma, supõem-se que o grafo da rede foi vertido na representação matricial que as variaveis são reais e os elementos da matriz são escalares os quais deverão sêr ajustados .

O problema conciste em encontrar um conjunto de elementos da matriz, tal que :

. sendo dados uma matriz [Mmn], uma entrada [En] e uma saida [Tm] ,
. sendo [Sm] = [Mmn]*[En] e [Sm] <> [Tm] ,
. encontrar uma matriz [^Mmn] tal que :
  [Tm] = [^Mmn]*[En] (+) .

A solução do problema implica <desenhar> um operador que aplicado aos elementos da matriz [Mmn] inicial possam fornecer os elementos da matriz final [^Mmn] .

Não será facil <desenhar> um operador capaz de passar de [Mmn] para [^Mmn] duma só iteração .

O método deverá ser iterativo , sendo o critério de avaliação uma "proximidade" de ([Sm],[Tm]) .

Como a matriz é rectangular e n>m , haverá geralmente muitas matrizes capazes de satisfazer (+) e a solução não é univoca .

Em geral designa-se [Tm] por tutor .

## 2.5 Aprendizagem e Ensino .

Para que uma rêde <aprenda> é necessario que , à medida que o ensino prossegue, se verifique a convergência dos parâmetros da rêde e que esta aproxime o comportamento da referência .

A matéria a ensinar à rêde pode consistir em memorizar:

. Múltiplos, com um numero finito de elementos .
  E.g.: tabelas, perfis, quadros de verdade, dicionários . relações se convertiveis em tabelas ou quadros .
. Relações de Multiplos .
  E.g.: ajustamento de uma função, um polimónio, por exemplo, onde os coeficientes são os parâmetros a ajustar . Para o efeito a variavel (ou variaveis) independente toma alguns valôres no seu dominio e os parametros vão sendo progressivamente

INDEX

MODÊLOS

Anexo 1 MODELação e PARTição de SISTemas .

Sejam dados :

SYS um sistema .

E0, S0 dois multiplos de um Produto Carteseano, PRC, munidos de relações de ordem herdadas da relação de ordem do produto, PRC .

RL0 Uma relação de E0 para S0 .

O sistema recebe do "universo exterior" , UX, informação (e ou energia e ou massa) que é suscetivel de sêr caracterizada por E0 e envia para o UX informação (e ou energia e ou massa),S0 .

O sistema comporta-se como um operador (traductor, função, relação), no interior de UX .

Porque os sistemas reais são muito vastos e complexos, para os modelar, será necessário particiona-los em sub-sistemas mais simples de estudar, medir e descrevêr .

A partição do sistema SYS em D partes , implica que as seguintes condições sejam satisfeitas :

1) por se tratar de uma partição , a reunião das D partes devem recriar o sistema SYS e, em qualquer par de partes, estas são disjuntos .
2) tal como sucedia com o sistema SYS, a qualquer parte genérica, SYSb, estão associados dois multiplos Eb,Sb e uma relação RLb de Eb para Sb e deste modo podem sêr descritas as relações entre as partes depois de executada a partição .
3) os sub-sistemas correspondentes às partes duma partição podem sêr classificados em 4 classes em conformidade com as respectivas entradas e saídas .
   - Entradas puras, todas proveem do exterior .
   - Saidas puras, todas se destinam ao exterior .
   - Interiores , não teem entradas ou saidas directas com o exterior .
   - Mistos, os restantes .

Um processo de representação formal evidente é o de um grafo , onde, por exemplo, :

- os NOs representam os sub-sistemas .
- os ARcos descrevem as ligações existentes entre os sub-sistemas, osNOs, entre eles e com o exterior .
- as relações RLb , descrevem como se passa das 'entradas' , Eb, para as saídas, Sb, no interior do nó, NOb .
- finalmente será necessario criar relações do tipo RLbc, para descrever como se passa da saída,Sbc, do NOb para a entrada Ebc, no NOc , isto é, da função desempenhada pelo arco orientado, ARbc, que liga NOb com NOc .

( Vêr Fig : A1 ) .

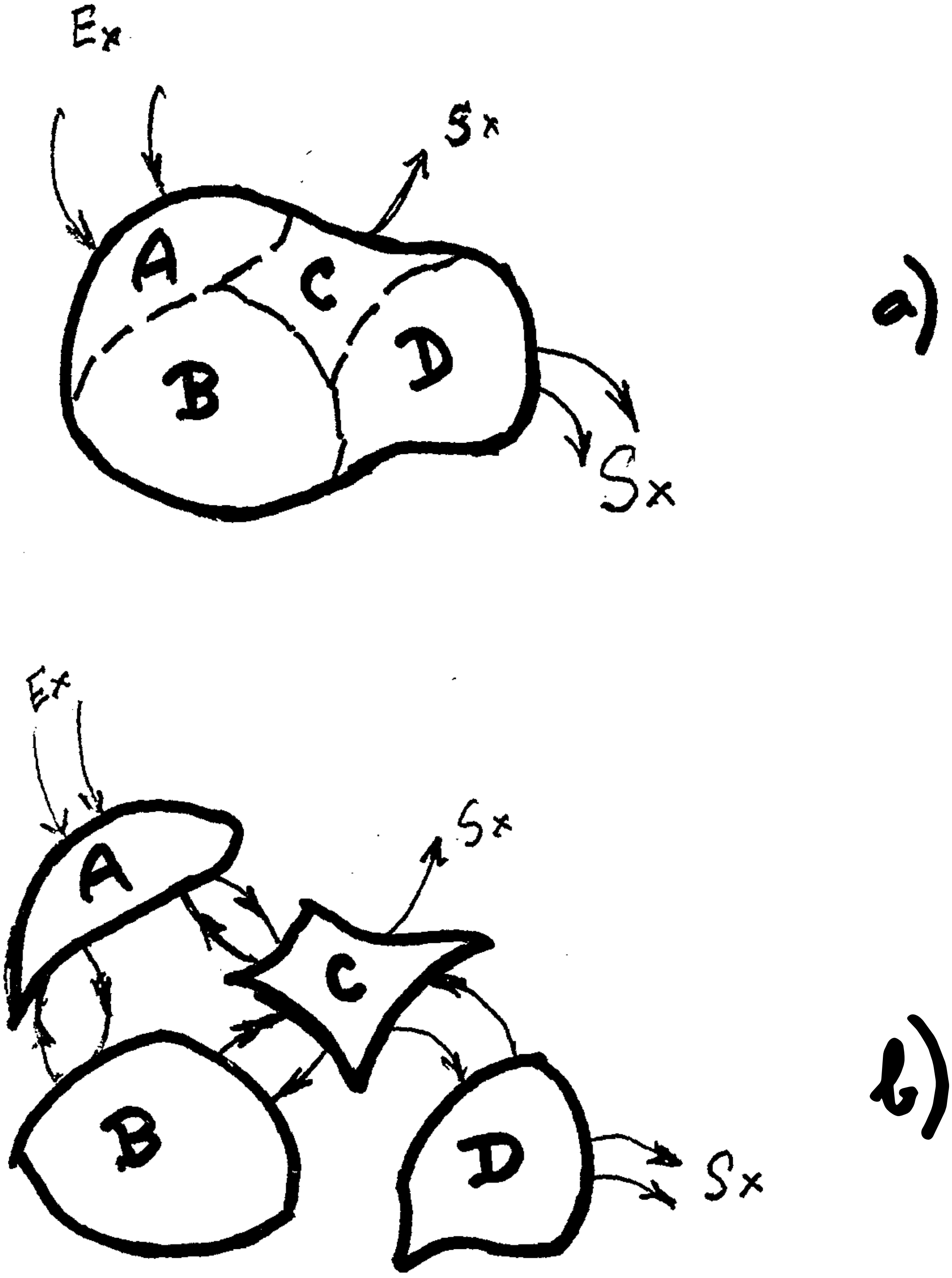



Fig: A1

## ANEXO : 2 GRAFOS .

### 1) GRAFOS .

Algumas definições e simbolos sobre Grafos .

### 1.1 Simbolos diversos .

| | |
|---|---|
| SUC | Sucessôr . |
| < > { } | Conjuntos, sendo < > reservado a indices . |
| # | Cardinal dum conjunto . |
| _ | Indice, genérico, não explicito. |
| (+,*) | Par de connectivas conjugadas . Notar que alem dos reais e inteiros são usados vários reticulados nomeadamente os de Zadeh, cujas conectivas são Max/Min, e os que possuem relações de ordem não estricta, com o par Sup/Inf . |
| V | Conjunto de indices, V = <i : 1,2,..,v>, com v finito e v = #(V) . |
| N | Conjunto Universal de NÓs , {Ni: i em V} . |
| Aij | Arco orientado que parte de Ni e termina em Nj . Uma aresta é representada por um par de arcos orientados (Aij,Aji) . |
| GRF | Grafo, consta dum conjunto N de NÓs e dum conjunto de arcos orientados U={Aij: Ni,Nj em N} . |
| Ej = <_>j | Conjunto dos indices de tôdos os NÓs donde partem os arcos que terminam em Nj . |
| Sj = i<_> | Conjunto de indices de tôdos os NÓs onde chegam os arcos que partem de Ni. |
| A<_>j | Conjunto de tôdos os arcos que terminam em Nj . |
| Ai<_> | Conjunto de tôdos os arcos que partem de Ni . |
| <...<a>b>..p>q | simbololiza um classe de conjuntos de indices onde <i>j representa o conjunto de indices dos arcos A<i>j que incidem em Nj , isto para tôdo o j desde >b até >q. São simbolos equivalentes:, os seguintes : |
| a>b>...p>q e O>>q | onde O é o numero de pares de parenteses existentes em <...<a>b>..p>q . |
| q<o<..<s e s<<O | onde O é o numero de pares de parenteses existentes em q<o<..<s>..> . |

Alem destes símbolos outros vão sêr apresentados adiante mas que se listam desde já :

| | |
|---|---|
| £ | Listas . |
| & | Sucessões . |
| ! | Caminhos . |
| @ | Ciclos ou circulações . |
| % | Proximidade (pseudo-distância) . |
| § | Vizinhança . |

### 1.2 Listas, £, Sucessões, &, Caminhos, ! .

£ <Lista>, um registo de informações, onde cada informação é um elemento da lista .

Numa lista, £, o mesmo elemento pode sêr registado mais de uma vêz .

Uma lista não é um conjunto contudo pode construir-se um conjunto, U, a partir duma lista, £, eliminando as repetições dos elementos já registados anteriormente na lista, U = {£}.

& <Sucessão>, é uma lista, £, munida duma relação de ordem. A mais usual é a ordem de entrada do elemento na lista, tambem se usa a ordem cronológica .

As repetições dum elemento são tratadas como se fossem elementos distintos e , por isso, teem numeros de ordem diferentes .

Uma sucessão pode sêr vazia, sem elemntos, ou têr apenas um elemento .

Tambem se pode construir o conjunto, U = {&}, o qual pode herdar a ordem da sucessão, & .

! <Caminho>, é uma sucessão de arcos, &(Aab,...,Apq), onde o sucessôr de Aij é Ajk e escreve-se :
Ajk = SUC(Aij) .

Esta relação verifica-se para tôdos os arcos da sucessão desde o primeiro ao penultimo .

À sucessão &(Aab,...,Apq) corresponde a sucessão de NÓs, &(Na,Nb,...,Nq) .

Uma sucessão &(Na,Nb,...,Nq) "sem repetições" de NÓs, simboliza-se com !, as restantes com @ , como em , !(Na,..,Nq) ou @(Na,..,Nq) .

@ <Ciclo> , um caminho cíclico, @, pode sêr, repetido indefinidamente .

Um caminho cíclico com 1 arco tem 1 só NÓ :
@(Aii) = @(Ni,Ni),

## 1.3 Proximinidade, %, e Vizinhança, §  .

### 1.3.1 %

A proximidade do <par não ordenado>, (Ni,Nj), sujeita ao caminho, !(Na,..Ni,..,Nj,..,Nq) , é :
%(Ni,Nj) = %(Nj,Ni) = #{N1,..,Nj}-1 .

As proximidades são inteiros positivos e, por vezes, configuram distãncias .

A proximidade do <caminho> , !(Na,..,Nq), é :
%!(Na,..,Nq) = #{Na,..,Nq}-1 = #{Aab,..,Apq} .

A proximidade do <ciclo> , @(Aab,..,Apa), com P arcos e uma repetição de NÓs, em Na, é :
%@(Aab,..,Apa) = #{Aab,..,Apa} = P .

A proximidade duma circulação é um conceito distinto do de <numero de circulações> .

Aplicação a um caminho com um só arco :
%!(Na,Nb) = %!(Nb,Na) = %!(Aab) = 1 .
%@(Na,Na) = %@(Aaa) = 1 .

### 1.3.2 §

Vizinhança, §Vz<>Nj, dum NÓ, Nj, é o conjunto dos NÓs, Nk, cuja proximidade é : %(Nj,Nk) = Vz .

Pressupõe-se a existência, pelo menos, de um caminho, !(Nh,..,Nk), cuja proximidade é igual a Vz, ver 1.3.1 .

Recorda-se que o caminho !(Nh,..,Nk) pode tambem sêr descrito como segue, !(Ahi,..,Ajk) .

Uma Vizinhança diz-se <anterior>, §Vz>>Nj, se satisfaz a condição de Nj sêr o <ultimo> NÓ do caminho, ou seja, os caminhos são da forma : !(Aab,..,Apj) .

Uma Vizinhança <posterior>, §Vz<<Nj, define-se dum modo similar mas Nj é o NÓ de partida e os caminhos são da forma : !(Ajp,..,Ars) .

Nota : As vizinhanças §Vz..Nj podem sêr vazias .

Para construir uma vizinhança anterior do NÓ, Nj , §Vz>>Nj, basta procurar tôdos os caminhos que terminam em Nj cuja proximidade é Vz , a reunião dos primeiros NÓs desses caminhos forma a vizinhança §Vz>>Nj .

A vizinhança posterior de Nj, §Vz<<Nj, constroi-se de modo similar mas os caminhos partem do Nj .

## 1.4 Sub_Grafos .

A definição de Grafo, GRF, dada em 1.1, envolve dois conjuntos : N, de NÓs e U, de arcos orientados U={Aij: Ni,Nj em N} .

Um Sub-grafo, SGRF, é aqui definido como um grafo onde o conjunto dos NÓs é SN, contido em N e o dos dos Arcos é SU, contido em U, satisfazendo SN e SU à seguinte condição : depois de substituidos os arcos orientados de SU por arestas, é possivel de qualquer NÓ de SN atingir qualquer outro de SN, utilizando apênas as arestas referidas .

1.5 Arborescências .

Num sub-grafo sem circulações, a <arborescência> <anterior> de Nj é a reunião dos arcos cujos indices satisfazem a Vz>Nj, onde Vz é a proximidade de Nj da vizinhamça , vêr 1.1 .

Os NÓs que participam na arborescencência pertencem à reunião de todos as vizinhanças §Vx,>>Nj , onde Vx varia de 1 a Vz .

Pertencem à arborescência os caminhos cujas proximidades satisfazem a : 1<= %!(Aab,..,Apj) <=Vz

Identicamente se define a arborescência <posterior> .

1.14 Exemplo dum Grafo .

Definições : Z= #(<x,..,y>) , o numero de Nós e
AZ= #(<x,..,y>)-1= Z-1 , o numero de arcos .

São dados, os 4 conjuntos da forma <x,..,y>z, seguintes :
<m,n,p>j, <b,..,c>m, <d,..,e>n, <g,..,h>p .

O primeiro conjunto é disjunto do segundo, terceiro e quatro .

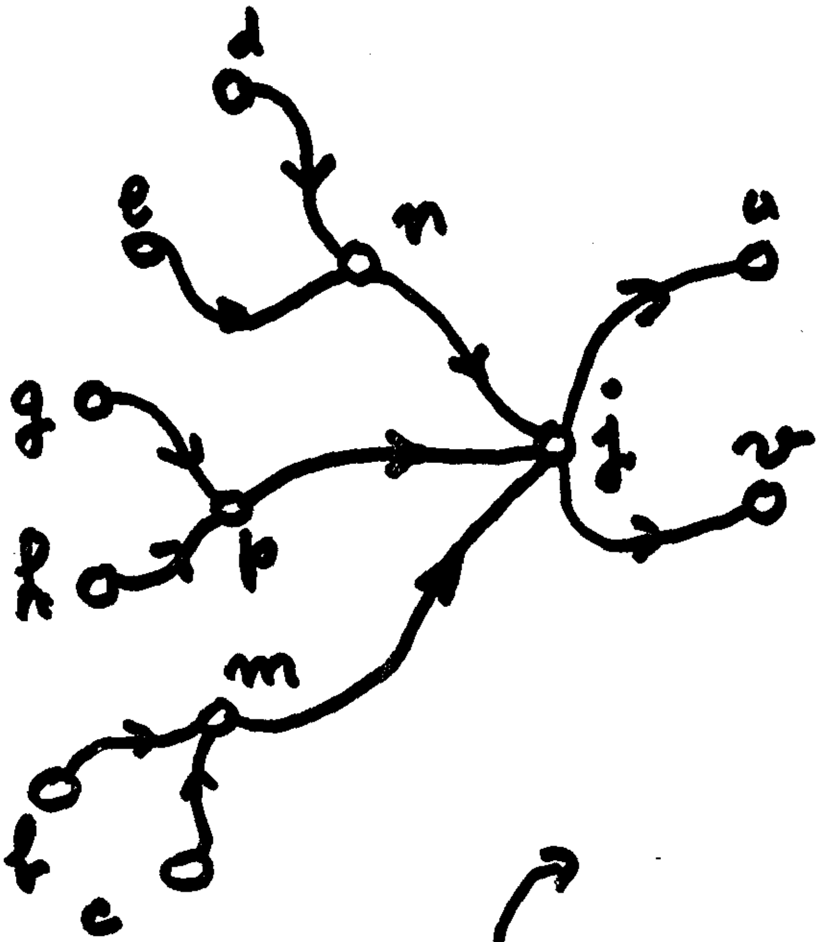
O nivel %(x,j) = 1 , para tôdo x em <m,n,p> .
O nivel %(y,b) = 1 , para tôdo y em <b,..,c> .
%(y,j) = 2 , para tôdo y em <b,..,c> .

O mesmo se diz para os conjuntos terceiro e quarto .

O numero de NÓs e de arcos respectivos são :
J=#(<m,..,p>) e AJ=J-1 ; M=#(<b,..,c>) e AM=M-1 ;
N=#(<d,..,e>) e AN=N-1 ; P=#(<g,..,h>) e AP=P-1 .

O numero total de arcos é : AJ+AM+AN+AP mas o numero total de NÓs <= J+M+N+P , porque não se impôs a condição dos conjuntos, segundo, terceiro, e quarto disjuntos em N .

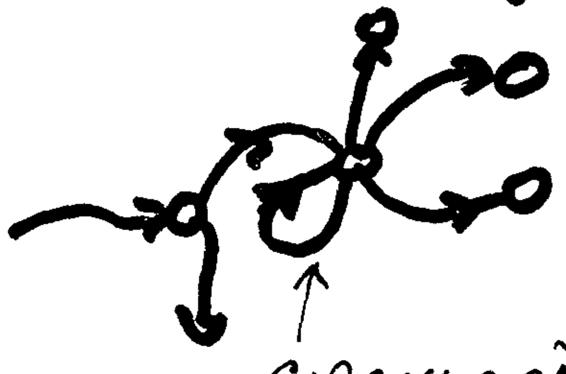
( Fig: A2 ,a,b e c )




A2a


A2b

(CIRCULAÇÃO)
Prox 3



A2c

CIRCULAÇÃO (PROX=1)

$\langle n, p, m \rangle$ VIZINHANÇA Anterior de NÓ j
PROX. 1

$\langle d, e, g, h, b, c \rangle$ idem mas
PROX. 2

$\langle u, v \rangle$ VIZINHANÇA POSTERIOR de NÓ j

Fig: A2

Aexo 3 FUNÇÕES & Composição .

Nota : Quanto à simbologia , vêr tambem anexo 1 e 2 .

1 Arcos e Funções associadas .

SOMv Significa <somatório> e v indice da variavel .
PIAw Significa <piatório> e w indice da variavel .
Aij Arco orientado de Ni para Nj .
A<i>j Conjunto de tôdos os arcos que incidem em Ni .
Fij Função associada ao arco, Aij . Fij tem por dominio e contradomínio o conjunto universal do reticulado em uso .
<d> incidência
Admite-se que Fij pode sêr construida usando apênas as connectivas do reticulado .
Zij O valôr da função Fij .
F<i>j Conjunto das Função associada aos arcos, A<i>j .
Z<i>j Producto carteseano dos valôres de F<i>j .
Wj Valôr em Nj , obtido por meio duma função de mistura, Gj cujo dominio é Z<i>j .
Aj<k> Conjunto dos arcos que partem de Nj .
^ O simbolo de <composição> de funções .

2 Função dum NÓ .

Os arcos partindo de Nj podem têr por domínio comum ou o multiplo Z<i>j ou o elemento Wj, onde Wj= Gj (Z<i>j) .

A função Gj tem por finalidade substituir o multiplo Z<i>j por um só elemento, Wj .

O tipo mais corrente é : Gj= SOMi(Pi*Z<i>j) , onde :

a) Pi elemento do reticulado que funciona de parametro .
b) 1" é o elemento neutro do reticulado e é comutativo
   Z*1"=1"*Z= Z , para tôdo o Z do reticulado .
c) SOMi(Pi)= 1" , em geral .
d) Se Pi=1" será Gj= SOMi(Z<i>j) .
e) Aplicação a um reticulado cujas connectivas conjugadas é (max,min), neste caso será : Gj= max(min(Zij:j):i).
f) Aplicação a um reticulado onde a relação de ordem não é estricta e as connectivas são (Sup,In) , então será : Gj= sup(inf(Zij:j):i) .

3 Composição de Funções .

A <composição> de funções tem o significado habitual mas a sua aplicação dependende das funções desempenhadas pelos NÓs e ha que considerar dois casos típicos .

3.1 O multiplo Z<i>j associado a Nj, é o <dominio comum> das funções, Fj<k>, associadas aos arcos Aj<k> que partem de Nj , sendo Z<i>j = F<i>j (Z<h>i>j) .

A composição será efectuada sobre tôdos os pares ordenados (Fjk,Fij) referidos em <i>j> e será descrita por qualquer das expressões seguintes :

Z<j>k = F<j>k ( F<i>j (Z<h>i>j) ) ou
= (F<j>k ^ F<i>j) (Z<h>i>j>k) ou
= F^<i>j>k (Z<h>i>j>k) .

Semanticamente, a única função dum NÓ, é connectar os arcos que terminam em Nj com os arcos que saiem de Nj .

O multiplo, Z<i>j, pode entendêr-se como o definidôr do <estado> de Nj .

3.2 O domínio comum das funções Fj<k>, é o contra-domínio da função Gj .

Os FF são funções duma só variavel .

Num NÓ, Nj, realizam-se as seguintes operações :
a) Connectar Z<i>j com o domininio de Gj
b) Calcular  Wj = Gj (Z<i>j) .
c) Connectar Wj com o dominio comum dos Fj<k> .

Neste tipo de NÓs, Wj, pode entender-se, semanticamente, como o <estado> de Nj .

4 Exemplo .

Sejam dados os conjuntos de indices :
<m,n,..,p>j  dos arcos A<_>j ,
<b,..,c>m   idem   A<_>m
.........
<g,..,h>p   idem   A<_>p .

O numero total de NÓs que vão participar é :

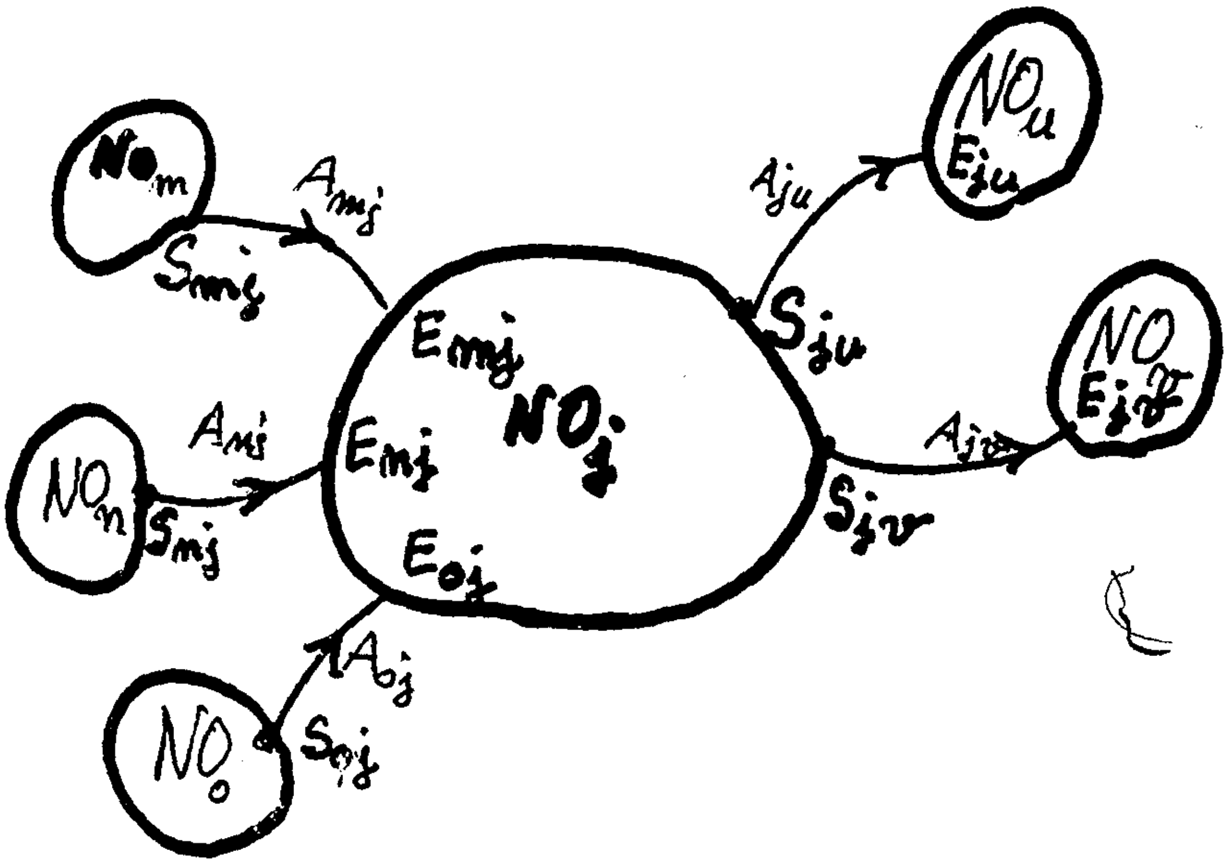
SOMj(#(<h>i>j)) + #(<i>j + 1 .

Expandindo a expressão de Z<j>k  obtem-se :

Z<i>j =  Fmj(F_m(W_m)) + ... + Fmj(F_p(W_p)) +
    + .................................. +
    + Fpj(F_p(W_g)) + ... + Fpj(Fhp(W_h)) .

Onde os WW são os valôres à <entrada> dos arcos e os ZZ, à <saída>  e  +  a connectiva de natureza aditiva .

( Fig: A3 )




$$\begin{cases} S_{ju} = F_{ju}\left(E_{mj}, E_{nj}, E_{oj}\right) \\ S_{jv} = F_{jv}\left(E_{mj}, E_{nj}, E_{oj}\right) \end{cases}$$

(Interior do $NO_j$)

e.g.:

$$\begin{cases} S_{ju} = E_{mj} + E_{nj} + E_{oj} \\ S_{jv} = \text{idem} \end{cases}$$

donde $S_{ju} = S_{jv}$ (muito corrente)

$$E_{xj} = \varphi_{xj}\left(S_{xj}\right)$$

onde: $x$ = índices dos nós $[m, n, o]$

$\varphi(xj) \Rightarrow$ <u>funções</u> associadas ao <u>arco $A_{xj}$</u>

Fig: A3

\tb\txt @CRED|0 Abril 1996
FCL6AB.A04

Anexo 4 REDES

1 Introdução .

Uma <rêde> pode sêr representada por meio dum grafo, com N NÓs e U arcos orientados e n = #(N).

Se o grafo não fôr planificavel haverá arcos que se cruzam .

A rêde está ligada ao <exterior> por meio de arcos, uns partem do exterior e outros partem dos NÓs da rêde para o exterior .

Sejam :

V Conjunto de indices correspondente a N, n=#(N)=#(V).
P Conjunto dos indices dos NÓs que <recebem> arcos vindos do <exteriôr> .
Q Idem, mas que <enviam> arcos para o <exteriôr> .

As seguintes condiçõesa devem sêr satisfeitas :

a) P e Q estão contidos em V e são disjuntos .
b) Se k em P então Nk diz-se de <entrada> .
c) Se k em Q então Nk diz-se de <saída> .
d) Se k em (V-P-Q) então Nk diz-se de <interior> .

Variaveis de entrada, de saída e interiores :

<Wp> <Entrada> na rêde define-se como o conjunto dos valôres das funções FF associadas aos arcos que incidem nos NÓs, Np, e p em P .
<Zq> <Saída> da rêde define-se identicamente, mas para os arcos que saiem dos NÓs ,Nq, q em Q .

2 Parametros .

Os Mij numa rêde podem sêr paramétricos, isto é, alem de sêrem funções dos WW podem incluir parametros dum conjunto paramétrico PAR .

Os parametros podem variar à medida que os processos de convergência forem executados .

3 Redes estratificadas .

Quando não ha a preocupação de modelar a <estructura> dum sistema, a rêde pode sêr escolhida mais livremente e as rêdes estratificadas ou em camadas são muito comuns .

Descrição duma rêde estratificada :

a) O conjunto univeral dos NÓs, N, é particionado em c conjuntos Cr , com r em [1..c] de inteiros com c finito .
Por se tratar duma partição, será vazia a disjunção de (Cr,Cs), para tôdo r,s em [1..c] e r<>s e a união de tôdos os conjuntos é igual ao conjunto univeral N .
O conjunto das partes tem a ordem induzida por [1..c] .

b) C1 é a camada onde <terminam> os arcos vindos do <exterior> e Cc a camada donde partem os arcos para o <exterior> .

c) Os NÓs estão ligados por arcos Aij que satisfazem a condição de, j sêr o sucessôr de i para tôdo o i em [1..(c-1)] , isto é, j:=i+1 e de tôdo o NÓ da camada i partem arcos, Aij, que o ligam a tôdos os NÓs da camada j .
Não há arcos entre camadas não contiguas nem circulações .
O numero de arcos que saiem da camada i é igual aos que entram na camada j, sucessôra de i, donde #(Si)=#(Ej) .

d) Redes <convergentes> são as rêdes estratificadas que satisfazem à condição seguinte : #(Cr) > #(Cs), para tôdo o par r,s , onde s = Suc(r) e r em [1..(c-1)] .
tCrs, a taxa de convergência, é : tCrs=#(Cr)/#(Cs), donde resulta que tC1c = PIAT(tCrs) = #(C1)/#(Cc) .

e) Rêdes cujos NÓs dispõem duma função G, ver Anexo 3 .
No NÓ, Nj, a função Gj é linear e homogenea dos Z<i>j e representa o <valôr> de Nj . Gj é o dominio comum das

funções Fj<k> que partem deste NÓ .

4 Representação Matricial .

É possivel dar a uma rêde uma representação matricial, porem, implica dotar os NÓs duma função G que some tōdas as variaveis de entrada que incidem nesse NÓ e G será o <valõr> do NÓ , vêr Anexo 3 .

a) Sejam :

M Uma matriz quadrada, (n,n) e n= #(V)= #(N) .

«M» A matriz formada a partir de M, acrescentando :
à direita, P colunas em correspondência com os NÓs <exteriõres>, <Nx>, donde partem os arcos para os P NÓs de entrada .
abaixo, Q linhas em correspondência com os NÓs <exteriores>, <Ny>, que recebem os arcos que partem dos Q NÓs de saída .

b) Matrizes de <entrada>, E e de <saída>, S .

A partir de «M» podem construir-se as matrizes, E,S e M cujos elementos satisfazem as seguintes condições :

E: Ers=«M»ij, r=i-n, i em [n+1,n+p], s=j, j em [1..p]
S: Srs=«M»ij, r=i-n+q, i em [n-q+1,n], s=j-n, j em [n+1,n+q]
M: Mrs=«M»ij, r=i, i em [1..n], s=j, j em [1..n]

Tōdos os elementos de «M» que não pertencem a M, E ou S são nulos por construcção .

5 Relações matriciais .

a) [Wp] = [Mij]*[Wi] + [Exp]*[Wx], onde : <x> conjunto dos indices de NÓs <exteriores> de <entrada> e i,j em V, r,p em P e #<x>=P .
b) [Wj] = [Mij]*[Wi] , com i,j em V-P .
c) [Wy] = [Sqy]*[Wq] , onde <y> conjunto dos indices dos NÓs <exterior> de <saída> e q em Q e #<y>=Q .

6 Exemplos .

a) Rêde estratificada .

A rêde é estratificada, convergente e dispōem de funções GG cujos pêsos são 1" , vêr Anexo 2 .

Sejam Cr, Cs, Ct, um triplo de camadas sucessivas, onde: s=Suc(r), t=Suc(s), >#(r)> #(Cs) > #(Ct)>.

Em cada Nj será Gj = SOMi(F<i>j), com i em Ci e j=Suc(i), donde resulta que Gj é o valõr associado a Nj e domínio comum de tōdas as funções Fj<k> .

Assim
Wj = Gj (F<i>j * W<i>) , j=Suc(i) e Nj em Cs e
Wk = Gk (F<j>k * W<j>) , k=Suc(j) e Nk em Ct , donde
Wk = Gk (F<j>k * Gj (F<i>j*W<i>) ) .

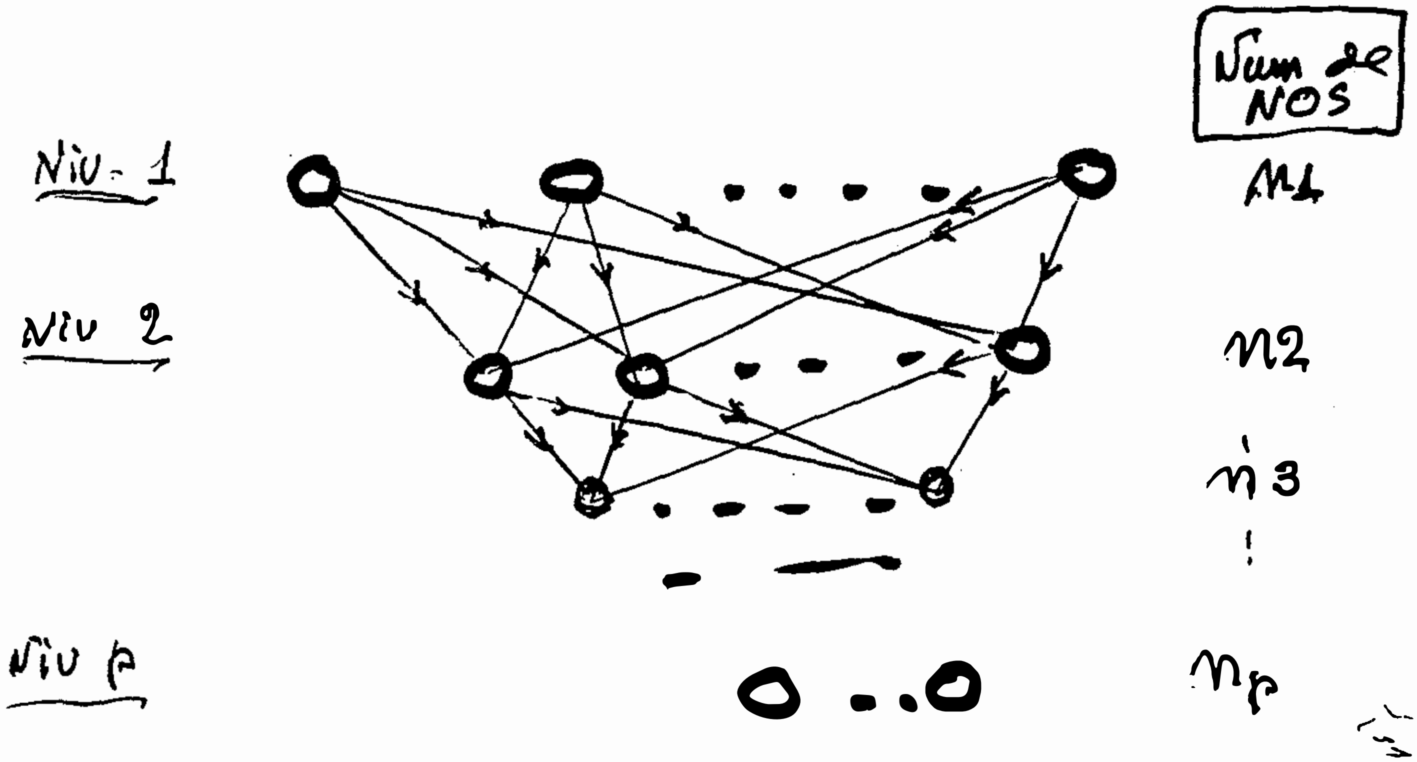
Se os FF forem lineares e homogénios como sucede com GG, então a composição GF = GG(FF( )) tambem o é e daí Wk = GF<j>k * Wj e numa representação matricial :
[W](s) = [GF](r,s).[W](r) , onde a camada Cs sucede a Cr .

b) Uma rêde estratificada, convergente e com os GG lineares e homogénios, pode sêr descrita por uma sucessão de relações matriciais da forma: [W](s)= [GF](r,s).[W](r), onde r=Suc(s) , Cs sucede a Cs e j em [1..c] .

Porque a rêde é convergente, as matrizes [GF] teem mais linhas do que colunas .

A sucessão de matrizes pode tambem reduzir-se a uma matriz única :
[GF](1,c) = [GF](1,2) * [GF](2,3) * .. * [GF](c-1,c) ,
donde [W](c) = [GF](1,c) * [W](1) .

(Fig: A4 1e 2 )




onde: $n_1 > n_2 > \cdots > n_p$

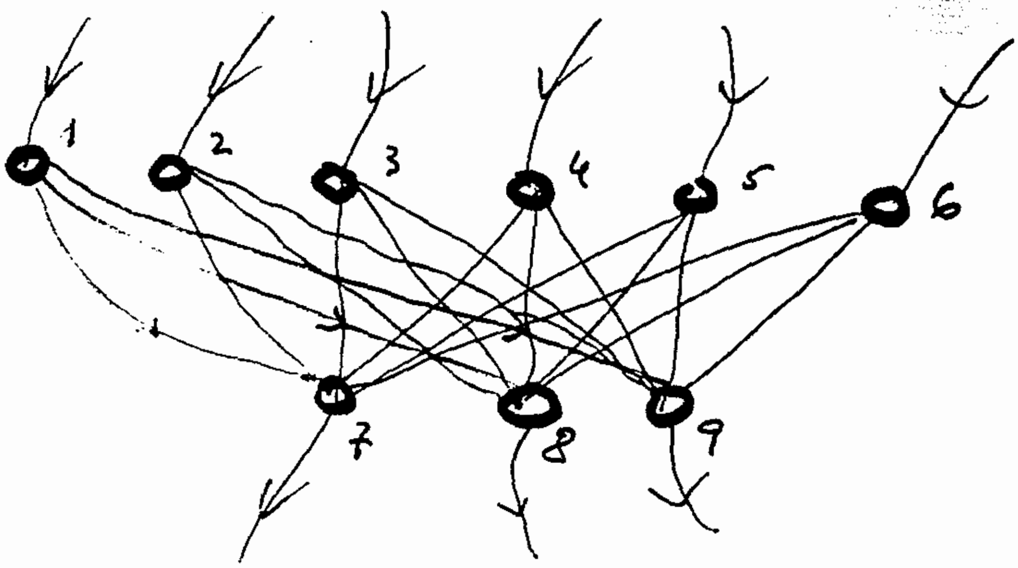
Nota 1: Os NÓs duma Camada j recebem arcos apenas dos nós da Camada j-1 e enviam arcos apenas para os nós da Camada j+1

Do exterior só veem ARCOS para a camada 1 e
para o Exterior só da Camada p (ultima) partem arcos.

Nota 2: Na Natureza, embora a maioria dos arcos liguem nós proximos, ha muitos arcos que ligam arcos afastados

Fig. A4-1

do Exterior




Para o Exterior

Fig A4_2

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_{71}$ | $P_{72}$ | - - - | — | — | $P_{76}$ | 7 |
| | | | | | | 8 |
| $P_{91}$ | $P_{92}$ | - | — | — | $P_{96}$ | 9 |

$$S_7 = \sum_j P_{7j} * E_j \qquad e \quad j \in [1..6]$$

Identicamente para 8 e 9

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_{71}$ | $P_{72}$ | $P_{73}$ | $\phi$ | $\phi$ | $\phi$ | 7 | 7 |
| $\phi$ | $\phi$ | $\phi$ | $P_{84}$ | $\phi$ | $\phi$ | 8 | 8 |
| $\phi$ | $\phi$ | $\phi$ | $\phi$ | $P_{95}$ | $P_{96}$ | 9 | 9 |

Atribuição de Entradas E a Saídas S

Então
$$S_7 = \varphi_7(P_{71}, P_{72}, P_{73}, E_1, E_2, E_3)$$
$$S_8 = \varphi_8(P_{8.4}, E_4)$$
$$S_9 = \varphi_9(P_{9,5}, P_{9,6}, E_5 \text{ e } E_6)$$

\tb\txt @RED|0 Abril 1996
FCL6AB.A05

## Anexo 5 Comentários s/ Representação Matricial

### Problêmas Típicos em redes.

1 Problema Tipo 1 .
1.1 São dados os valores iniciais seguintes :
[Zºxp] ( coluna com p linhas) ,
Gº ( conjunto de parametros) ,
[Zºqy] ( coluna com q linhas), e
[F^ij(G)] ( Matriz com p colunas e q linhas) .
São introduzidas mais as seguintes definições :
1.2 PRX(Zºqy,Zqy(G)) Uma função real que avalia a
<proximidade> de Zºqy a Zqy(G) .
PRX pode sêr uma medida .
1.3 PRX<W Condição a satisfazêr, onde W pertence a um
conjunto munido duma relação de ordem .
1.4 ALG Um algoritmo corrige os parametros Gh, criando um
nôvo conjunto paramétrico Gi que será usado na
proxima <corrida> .
As ordens de iteração h,i satisfazem a :
i sucede a h donde Gi sucede a Gh .
1.5 T_ Simbolo de ordem da iteração e Tu significa
a iteração de ordem u , com u em 1,...,Tf,
inteiros e Tf é a ultima iteração .
Uma iteração correspode a uma <corrida> .
G(g+1) = ALG(G(g), PRX(Z(referêncial,Zg))
Discussão do problema tipo 1 , T1 .
1.6 Efectuar uma série de iterações que termina quando
PRX(Tf) < W , vêr 3 .
Nem sempre o processo iterarativo converge ou convergindo
não satisfaz a desigualdade 3 .
1.7 Admitindo que a desiguldade 3 é satisfeita, G(Tf) será
o conjunto paramétrico resolvente e [F^ij(G(Tf))] diz-se a
matriz resolvente .

2 Tipo 2 , T2.
Tendo sucesso o problêma T1 , poderão resolvêr-se os
problêmas do tipo T2 .
2.1 São dados :
[F^ij(G(Tf))] a matriz resolvente .
W" > W um nôvo limite a satisfazêr .
Z"xp diferente de Zxp .
2.2 Verificar se Z"xp satisfaz :
PRX(Zºqy,Z"qy(G(Tf))) < W" , onde
[Z"qy(G(Tf))] = [F^ij(G(Tf))] * [Z"xp]
2.3 O conjunto de todos Z"xp que satisfazem 2.2 ,
forma uma classe de equivalência de <entradas> de nivel W" .

3 Tipo 3 , T3.
Resolvido T1 com sucesso, T3 propõe-se :
3.1 São dados :
[F^ij(G(Tf))] a matriz resolvente .
W" > W um nôvo limite a satisfazêr .
G" um conjunto paramétrico diferente de Gº .
3.2 Verificar se G" satisfaz : PRX(Zºqy,Zqy(G")) < W" , onde
[Zqy(G")] = [F^ij(G")] * [Zxp]
3.3 O conjunto de todos G" que satisfazem 3.2 , forma uma
classe de equivalência de <parametros> de nivel W" .