ANTÓNIO GOUVÊA PORTELA
ENGENHEIRO MECÂNICO

Aplicação da lógica simbólica aos sistemas eléctricos

Separata da TÉCNICA
Revista de Engenharia dos Alunos do I. S. T.

INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO
LISBOA
1958

C. D. U. 164 [621.3]

Aplicação da lógica simbólica aos sistemas eléctricos

PELO ENG.º MECÂNICO (I. S. T.) ANTÓNIO GOUVÊA PORTELA

1 — Contactos eléctricos

Um contacto eléctrico pode ocupar duas posições possíveis ou está *fechado* e estabelece uma ligação eléctrica entre os dois terminais, ou está *aberto* e a referida ligação fica interrompida.

Um contacto eléctrico tem uma posição de *repouso* e outro quando está *actuado*, isto é: os contactos são movimentados em geral por um solenóide e, passando corrente por esse solenóide o contacto passa da posição de repouso para a posição de actuado.

Dois casos se podem dar:

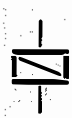
— ou na posição de repouso o contacto está aberto e portanto só fecha quando actuado — o contacto diz-se *activo* ou *de trabalho* e simboliza-se com qualquer letra minúscula: a, b, . . . , k, . . . , x, . . .

— ou na posição de repouso o contacto está fechado e portanto só abre quando actuado — o contacto diz-se *passivo* ou *de repouso* e simboliza-se com qualquer letra minúscula com o sinal de negação: $\overline{a}$, $\overline{b}$, . . . , $\overline{x}$, . . .

Admite-se que os contactos quando fechados não têm resistência interna e quando abertos têm resistência infinita e ainda que o tempo de passagem de uma posição para a outra é *nulo*.

Nos esquemas eléctricos que serão apresentados, simbolizam-se os contactos da seguinte forma:

Contacto activo . . . . a 

Contacto passivo . . . . $\overline{a}$ 

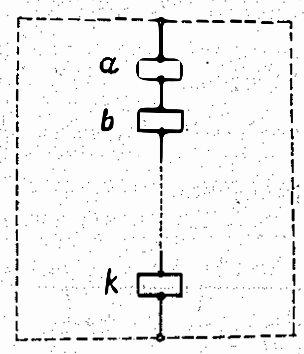
Quando, no mesmo esquema aparece *a* e $\overline{a}$, diz-se que se trata de um *par*, chamando-se a *a* contacto e a $\overline{a}$ contra-contacto. Quando um está fechado o outro está aberto e vice-versa.

1.1 — *Comando de contactos*

Os comandos de contactos são constituídos por um ou vários contactos (activos ou passivos) ligados entre si de forma a dar ao conjunto determinadas propriedades.

1.2 — *Ligação em série de contactos activos*

Na figura mostra-se um comando de contactos realizado por meio de uma *série* de contactos *activos*.



Num conjunto destes é necessário que todos os contactos sejam activados para que possa passar corrente pelo comando *c c*.

A frase semântica que traduz esta condição é:

«Se todos os contactos activos em série estiverem activados, a corrente pode passar pelo comando de contactos c c».

Esta condição simboliza-se da seguinte forma:

$$(a \,.\, b \,.\, \ldots \, k) \supset X \text{ é uma tautologia}$$

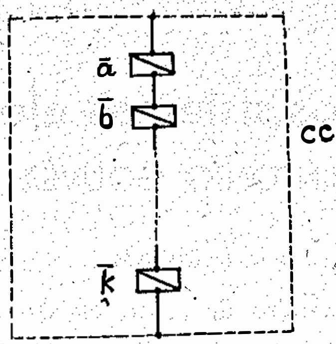
ou $$(a \,.\, b \,.\, \ldots \, k) \therefore X$$

O símbolo operador utilizado é a *conjunção* (•), e X significa: «pode passar corrente pelo comando de contactos».

1.3 — *Ligação em série de contactos passivos*

Veja-se a figura seguinte.

A frase semântica que traduz a condição imposta pelo esquema de ligações da figura é:



«Se todos os contactos passivos em série *não* estiverem activados, a corrente pode passar pelo comando de contactos cc.»

Usando a simbologia anterior, a condição toma a seguinte forma:

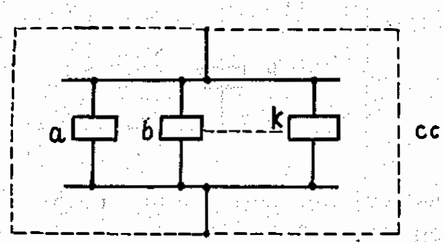
$(\bar{a} . \bar{b} \, . \, . \, . \, . \, . \, \bar{k}) \supset X$ é uma tautologia

ou

$(\bar{a} . \bar{b} \, . \, . \, . \, \bar{k}) \therefore X$

1.4 — *Ligação em paralelo de contactos activos*

Veja-se a figura junta.



A frase semântica respectiva será:

«Se qualquer dos contactos activos estiver activado, a corrente pode passar pelo comando de contactos cc.»

O que se traduz simbòlicamente por:

$(a \vee b \vee \dots \vee k) \supset X$ é uma tautologia

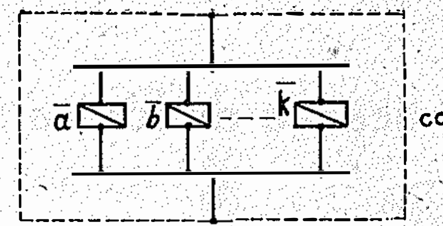
ou

$(a \vee b \vee \dots \vee k) \therefore X$

O símbolo operador utilizado é a disjunção fraca (v).
Com efeito, basta que qualquer dos contactos seja activado para que passe a corrente.

1.5 — *Ligação em paralelo de contactos passivos*

Veja-se a figura a seguir.



A frase semântica correspondente será:

«Se qualquer dos contactos passivos *não* estiver activado, a corrente pode passar pelo comando de contactos cc.»

O que se representa simbòlicamente por:

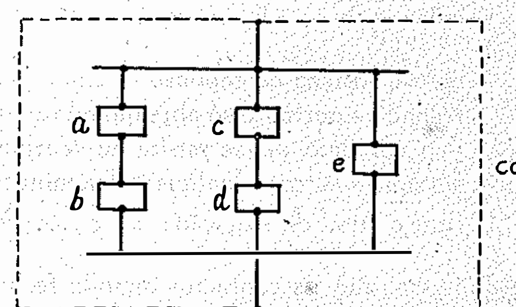
$(\bar{a} \vee \bar{b} \vee \dots \vee \bar{k}) \supset X$ é uma tautologia

ou

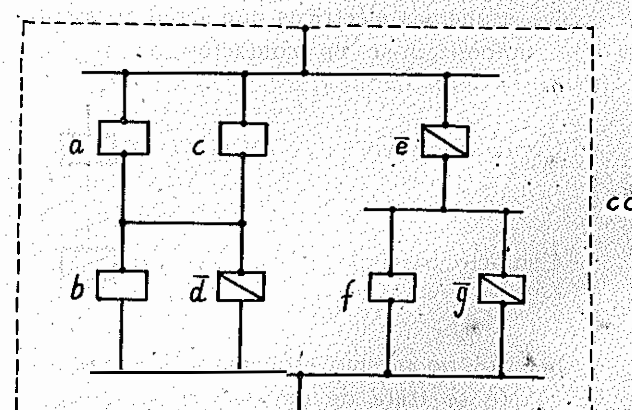
$(\bar{a} \vee \bar{b} \vee \dots \vee \bar{k}) \therefore X$

1.6 — *Ligações mistas*

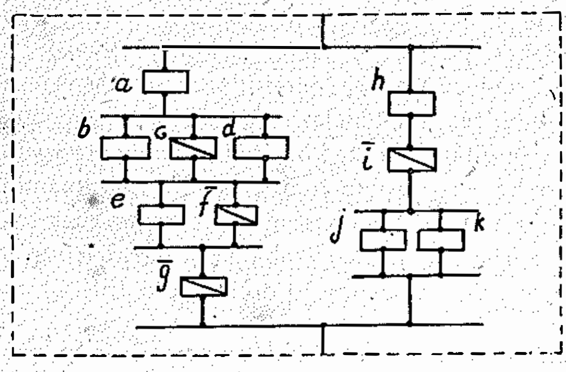
A partir dos quatro casos típicos acima indicados, poderá fàcilmente simbolizar-se os seguintes esquemas mistos:



$[(a . b) \vee (c . d) \vee e] \therefore X$



$[(a \vee c) . (b \vee \bar{d})] \vee [\bar{e} . (f \vee \bar{g})] \therefore X$



cc

$\{[a.(b \vee \bar{c} \vee d).(e \vee \bar{f}).\bar{g}] \vee [h.\bar{i}.(j \vee k)]\} \therefore X$

1.7 — *Meios para realizar na prática os comandos de contactos*

Há à venda no mercado não só contactos *activos* e *passivos*, como ainda sistemas de contactos em *série* ou em *paralelo*.

São conhecidos os contactos:

em série como sistemas *e* (conjunção)
em paralelo como sistemas *ou* (disjunção)
activos como contactos *sim*
passivos como contactos *não*.

Os esquemas mais complexos realizam-se por conjuntos de sistemas em série e em paralelo.

2 — Aparelhos comandados

São todos os aparelhos que são comandados pelos *comandos de contactos* e podem ser lâmpadas, motores, transformadores, servo-comandos electrónicos, etc., etc.

Admite-se que estes aparelhos (A) necessitam de uma diferença de potencial entre os terminais, diferente de zero, para que sejam activados.

Supõe-se que têm uma resistência interna diferente de zero, o que é, afinal, um corolário da afirmação anterior.

Considera-se que a sua activação é *instantânea*. Na prática será suficientemente rápida para que se despreze o atraso na resposta.

Um aparelho satisfazendo a estas condições diz-se em bom estado de funcionamento e simboliza-se por uma letra maiúscula do princípio do alfabeto: A, B, . . . K.

Se o aparelho não estiver em bom estado de funcionamento, o símbolo de negação será posto por cima do símbolo do aparelho.

Nos esquemas eléctricos os aparelhos serão simbolizados como segue:

Aparelho em bom estado 

Aparelho *não* em bom estado 

Nas expressões lógicas, simbolizaremos por:

A — Pelo aparelho pode passar corrente
$\bar{A}$ — Pelo aparelho não pode passar corrente.

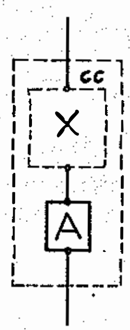
3 — Sistemas

Designaremos por *sistemas* o conjunto de Aparelhos e Comandos de contactos. O sistema, quando pode funcionar correctamente, será simbolizado por (SI) e, se não pode funcionar correctamente, por ($\overline{SI}$).

Os comandos de contactos destinam-se a comandar os aparelhos e tem interesse examinar os vários casos típicos que podem ocorrer.

3.1 — *Sistemas em que o comando está em série com o aparelho.*

Para que possa passar corrente pelo sistema é necessário que o comando de contactos esteja em condições de a deixar passar (o que simbolizamos por X) e que o aparelho esteja em bom estado(o que simbolizamos por A).



SI

A frase semântica correspondente será:

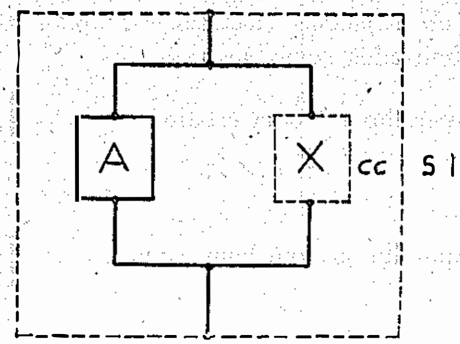
«Se a corrente pode passar pelo comando de contactos e se o aparelho está em bom estado, a corrente pode passar correctamente pelo sistema».

A fórmula respectiva será:

$[X.A] \supset SI$ é uma tautologia
ou $[X.A] \therefore SI$

3.2 — *Sistemas em que o comando está em paralelo com o aparelho*

Neste caso deseja-se que, se o comando de contactos está em condições de deixar passar a corrente, então a corrente não possa passar pelo aparelho, e inversamente.



Trata-se de um caso típico de *disjunção forte* ou soma lógica (+).

Com efeito, não se deseja que a corrente possa passar ou por um ou por outro ou pelos dois, como seria o caso da disjunção fraca.

Esta condição pode ser expressa ainda dizendo que, se a corrente pode passar por um, então *não* pode passar pelo outro, isto é, a *equivalência lógica* de um dos sistemas com a *negação* do outro.

A frase semântica será:

«Se do facto de a corrente poder passar pelo comando de contactos resultar que não pode passar pelo aparelho e recìprocamente, então pelo sistema pode passar correctamente a corrente».

A fórmula simbólica respectiva será:

$[(X \supset \overline{A}) \, . \, (\overline{A} \supset X)] \supset SI$ é uma tautologia

ou $(X \equiv \overline{A}) \supset SI$ é uma tautologia

ou $(X \equiv \overline{A}) \;\therefore\; SI$

A frase semântica poderá também ser:

«Ou a corrente passa pelo comando de contactos ou passa pelo aparelho, mas não pelos dois ao mesmo tempo. Então, pelo sistema pode passar correctamente a corrente».

O que se traduz simbòlicamente por:

$[X + A] \supset SI$ é uma tautologia

ou $[X + A] \;\therefore\; SI$

Pela definição dos símbolos operadores (+) e (≡) é imediata a prova de que as duas se equivalem.

Usaremos de preferência o símbolo (+) por ser de mais fácil interpretação na construção dos esquemas eléctricos.

Debaixo do ponto de vista eléctrico, a disjunção forte (+) resulta de o comando de contactos não ter resistência interna e o aparelho a ter. Daqui resulta que se o comando de contactos permitir a passagem de corrente a diferença de potencial nos terminais do aparelho é nula, não passando portanto corrente pelo aparelho.

Se não se tivesse admitido a hipótese de o aparelho ter resistência, a corrente poderia passar simultâneamente ou indistintamente pelo aparelho e pelo comando de contactos, quando este permitisse a passagem de corrente, mas então o sistema já não trabalharia *correctamente*, o que se exige na definição do símbolo (SI).

3.3 — *Inclusão no sistema de uma resistência em série*

Pode incluir-se mais uma condição para que o sistema possa *funcionar bem*, que é a de não se estabelecer um *curto-circuito franco* entre os terminais do sistema.

Esta eventualidade verifica-se sempre que o comando de contactos está em paralelo com o aparelho.

Poderá também verificar-se a possibilidade de um curto-circuito se o aparelho se avariar em termos de entre os seus terminais se estabelecer uma ligação interior em curto-circuito.

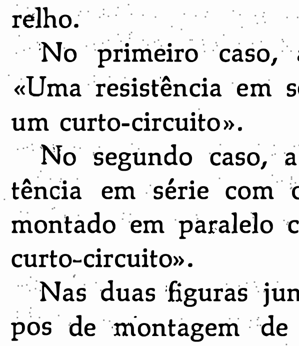
Para evitar um curto-circuito em qualquer hipótese haverá que interpor em série uma ou várias resistências.

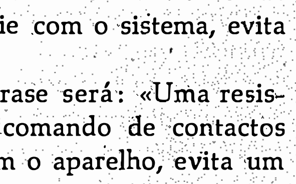
Admitindo que o aparelho nunca pode realizar as condições de um curto-circuito, bastará, para evitar um curto-circuito no sistema, colocar uma resistência em série com o comando de contactos que está ligado em *paralelo* com o aparelho.

No primeiro caso, a frase semântica será: «Uma resistência em série com o sistema, evita um curto-circuito».

No segundo caso, a frase será: «Uma resistência em série com o comando de contactos montado em paralelo com o aparelho, evita um curto-circuito».

Nas duas figuras juntas, indica-se os dois tipos de montagem de resistências, correspondentes aos dois casos admitidos.





Quanto às fórmulas respectivas, é evidente que a condição é satisfeita *conjuntando* a declaração relativa à montagem da resistência (R), com a de o sistema poder funcionar correctamente (SI).

Quando os aparelhos têm a propriedade de não provocarem curto-circuitos mesmo quando avariados (por exemplo se já incluem uma resistência em série no seu interior), serão designados por uma letra maiúscula com o índice r: A_r, B_r, etc.

3.4 — *Existência de tensão no circuito de alimentação*

De todos os sistemas até aqui estudados se tem dito que «a corrente pode passar» mas, para que se possa dizer que «a corrente passa», é necessário admitir que o circuito de alimentação está *sob tensão.*

Convém explicitar esta condição para mais fàcilmente se detectar uma avaria que pode resultar não do sistema mas sim de o sector *não* estar sob tensão.

Esta condição será simbolizada por (TE).

Quando se verificar mais esta condição, diz-se que o sistema está a «funcionar bem» e simbolizar-se-á por (FB).

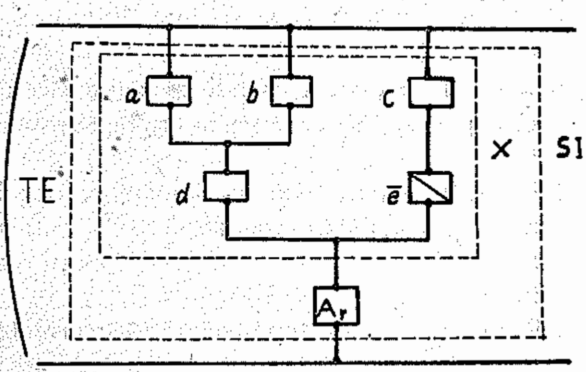
Aplicando aos exemplos referidos em 3.3, teremos:

$$[(R.SI).TE] \supset FB \text{ é uma tautologia,}$$
$$\text{ou } [(R.SI).TE] \therefore FB$$

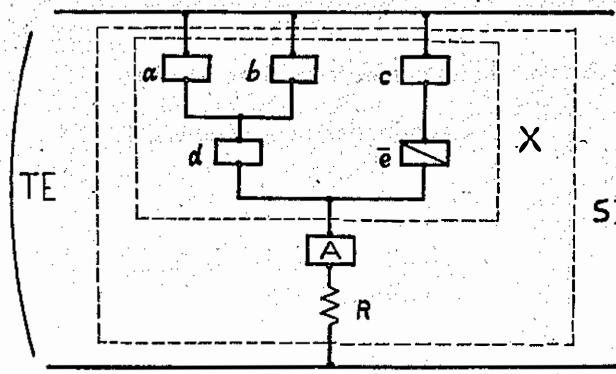
e

$$(A_r.X.TE) \supset FB \text{ é uma tautologia,}$$
$$(A_r.X.TE) \therefore FB$$

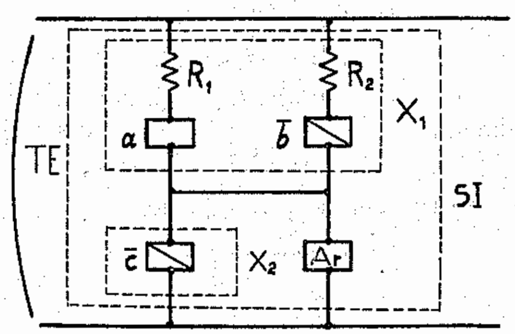
3.5 — *Alguns exemplos de sistemas de contactos e aparelhos*



$$\Big(\underbrace{\{\underbrace{[(a \vee b).d] \vee (c.\bar{e})}_{X}\}.A_r}_{SI}.TE\Big) \therefore FB$$



$$\Big(\underbrace{\{\underbrace{[(a \vee b).d] \vee (c.\bar{e})}_{X}\}.A.R}_{SI}.TE\Big) \therefore FB$$



$$\Big(\underbrace{\{\underbrace{[(R_1.a) \vee (R_2.\bar{b})]}_{X_1} . (\underbrace{\bar{c}}_{X_2} + A_r)\}}_{SI} . TE\Big) \therefore FB$$

4 — Alguns problemas

Vamos, de seguida, apresentar alguns problemas e as respectivas resoluções, para ilustrar o que se disse atrás.

4.1 — Desejamos construir um sistema constituído por um aparelho Ar e três contactos a, b e c em tais termos que se verifiquem apenas as seguintes duas condições de passagem de corrente por Ar:

1.º — quando o contacto *a* está activado.

2.º — quando o contacto *c* está activado e o contacto *b* não activado.

Mas não deve passar corrente por Ar:

3.º — quando os contactos *a* e *b* estiverem ambos activados.

Resolução

As possibilidades de combinações são:

$a.\,b.\,c$ } → eliminadas pela condição 3.º
$a.\,b.\,\overline{c}$

$a.\,\overline{b}.\,c$

$a.\,\overline{b}.\,\overline{c}$

$\overline{a}.\,b.\,c$ } → eliminados pela conjugação das condições 1 e 2
$\overline{a}.\,b.\,\overline{c}$

$\overline{a}.\,\overline{b}.\,c$

$\overline{a}.\,\overline{b}.\,\overline{c}$ } → idem.

A expressão resultante será

$$[(a.\,\overline{b}.\,c) \vee (a.\,\overline{b}.\,\overline{c}) \vee (\overline{a}.\,\overline{b}.\,c)].\ Ar$$

Simplificando:

$$\{[(a.\,\overline{b}) . (c \vee \overline{c})] \vee (\overline{a}.\,\overline{b}.\,c)\}.\ Ar$$

$$[(a.\,\overline{b}) \vee (\overline{a}.\,\overline{b}.\,c)].\ Ar$$

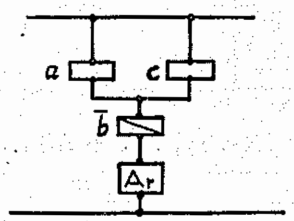
$$\overline{b}.\ [a \vee (\overline{a}.\,c)].\ Ar$$

$$\overline{b}.\ [(a \vee \overline{a}) . (a \vee c)].\ Ar$$

finalmente

$$\overline{b}.\ (a \vee c).\ Ar$$

representada pelo esquema junto.



4.2 — Desejamos realizar um sistema com o aparelho *Ar* comandado pelos contactos a, b, c, satisfazendo as seguintes condições:

1.º — Passe corrente por Ar quando um ou dois dos contactos está activado.

2.º — Não passe corrente por Ar quando os três contactos estão activados ou os três em repouso.

Das 8 combinações:

1) $a.\,b.\,c$

2) $a.\,b.\,\overline{c}$

3) $a.\,\overline{b}.\,c$

4) $a.\,\overline{b}.\,\overline{c}$

5) $\overline{a}.\,b.\,c$

6) $\overline{a}.\,b.\,\overline{c}$

7) $\overline{a}.\,\overline{b}.\,c$

8) $\overline{a}.\,\overline{b}.\,\overline{c}$

1) e 8) são eliminadas pela condição 2.ª, sendo as restantes aceites pela condição 1.ª

A fórmula representativa das condições impostas será:

$$[(a.\,b.\,\overline{c}) \vee (a.\,\overline{b}.\,c) \vee (a.\,\overline{b}.\,\overline{c}) \vee$$
$$\vee (\overline{a}.\,b.\,c) \vee (\overline{a}.\,b.\,\overline{c}) \vee (\overline{a}.\,\overline{b}.\,c)].\ Ar$$

Simplificando, temos:

$$\{[(b.\,\overline{c}) \vee (a.\,\overline{a})] \vee [(\overline{b}.\,c) \vee (a.\,\overline{a})] \vee$$
$$\vee (a.\,\overline{b}.\,\overline{c}) \vee (\overline{a}.\,b.\,c)\}.\ Ar$$

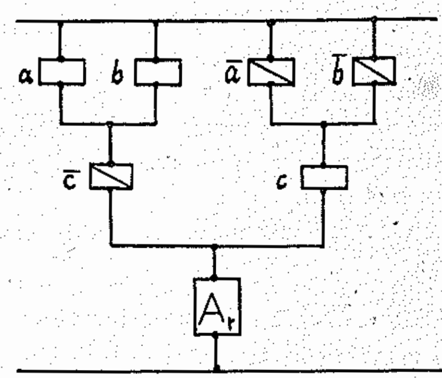
$$[(b.\,\overline{c}) \vee (\overline{b}.\,c) \vee (a.\,\overline{b}.\,\overline{c}) \vee (\overline{a}.\,b.\,c)].\ Ar$$

$$(\{\overline{c}.[b \vee (a.\,\overline{b})]\} \vee \{c.[\overline{b} \vee (\overline{a}.\,b)]\}).\ Ar$$

$$\{[\overline{c}.(b \vee a).(b \vee \overline{b})] \vee [c.(\overline{b} \vee \overline{a}).(\overline{b} \vee b)]\}.\ Ar$$

$$\{[\overline{c}.(b \vee a)].[c.(\overline{b} \vee \overline{a})]\}.\ Ar$$

O esquema junto corresponde à fórmula anteriormente simplificada.



4.3 — Desejamos construir um sistema duplo constituído por:

α) dois aparelhos A_r e B_r comandados por um contacto *c*;

β) dois contactos relés *a* e *b* tais que:

1.º — quando passa corrente por A_r, o relé *a* é actuado em seguida e quando deixa de passar corrente por A_r, o relé *a* entra em repouso em seguida.

2.º — quando passa corrente por B_r, o relé *b* é actuado em seguida e quando deixa de passar corrente por B_r o relé *b* entra em repouso em seguida.

3.º — quando por A_r e B_r não passa corrente e *c* está em repouso, então, se *c* é activado, passa corrente por A_r e por B_r continua a não passar corrente; depois *c* passa a repouso e continua a passar corrente por A_r ao mesmo tempo que por B_r começa a passar também.

4.º — quando por A_r e B_r passa corrente e *c* está em repouso, então, se *c* é activado, deixa de passar corrente por A_r mas continua a passar por B_r; depois, se *c* passa à posição de repouso, continua a não passar corrente por A_r e deixa de passar por B_r.

Nota: os relés *a* e *b* acompanham os movimentos de A_r e B_r respectivamente, com um certo atraso, conforme se indica em 1.º e 2.º.

Podemos estabelecer o seguinte quadro:

$a.b.c \rightarrow \overline{A}_r$ (6.ª operação) $\rightarrow \overline{B}_r$

$a.b.\overline{c} \rightarrow A_r$ (5.ª operação) $\rightarrow \overline{B}_r$

$a.\overline{b}.c \rightarrow A_r$ (3.ª operação) $\rightarrow B_r$

$a.\overline{b}.\overline{c} \rightarrow A_r$ (4.ª operação) $\rightarrow B_r$

$\overline{a}.b.c \rightarrow \overline{A}_r$ (7.ª operação) $\rightarrow B_r$

$\overline{a}.b.\overline{c} \rightarrow \overline{A}_r$ (8.ª operação) $\rightarrow B_r$

$\overline{a}.\overline{b}.c \rightarrow A_r$ (2.ª operação) $\rightarrow \overline{B}_r$

$\overline{a}.\overline{b}.\overline{c} \rightarrow \overline{A}_r$ (1.ª e 9.ª oper.) $\rightarrow \overline{B}_r$

Para o sistema A_r, temos:

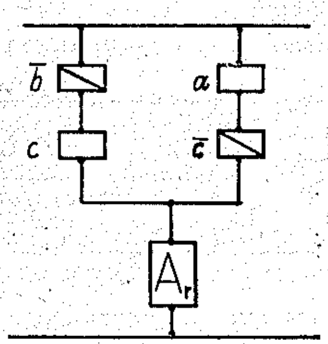
$$[(\overline{a}.\overline{b}.c) \vee (a.\overline{b}.c) \vee (a.b.\overline{c}) \vee (a.\overline{b}.\overline{c})].Ar$$

Simplificando

$$\{[(\overline{b}.c).(\overline{a} \vee a)] \vee [(a.\overline{c}).(b \vee \overline{b})]\}.A_r$$

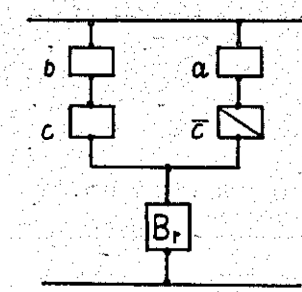
$$[(\overline{b}.c) \vee (a.\overline{c})].A_r$$

que se traduz no esquema eléctrico

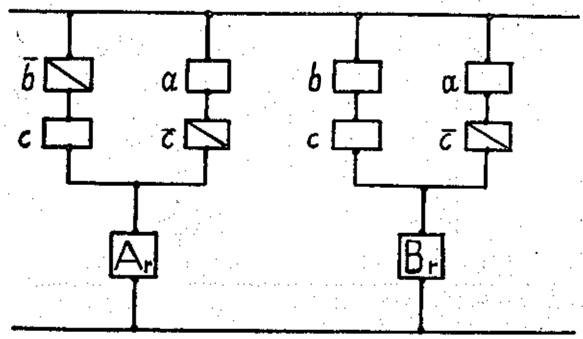


Igualmente para B_r, depois da simplificação respectiva:

$$[(c.b) \vee (\overline{c}.a)].B_r$$



O sistema completo será:

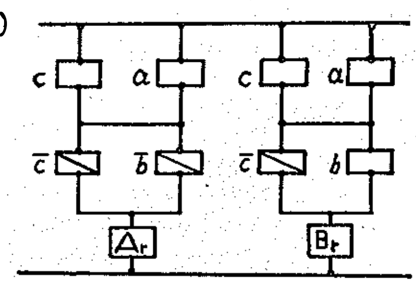


4.4 — *Outras fórmulas para traduzir o mesmo conjunto de condições*

Como é sabido, em lógica simbólica há variadas *fórmulas equivalentes* e a cada fórmula corresponde um esquema eléctrico diferente, sendo contudo equivalentes no que respeita a tradução das condições impostas.

Indicaremos a seguir alguns exemplos de esquemas equivalentes aos do problema anterior:

a)



Este esquema traduz-se pelas fórmulas:

$$\begin{cases} (c \vee a).(\overline{c} \vee \overline{b}).Ar \\ (c \vee a).(\overline{c} \vee b).Br \end{cases}$$

Como se poderá verificar as fórmulas

$$[(\overline{b}.c) \vee (a.\overline{c})].Ar$$

e

$$(c \vee a).(\overline{c} \vee \overline{b}).Ar$$

São equivalentes.

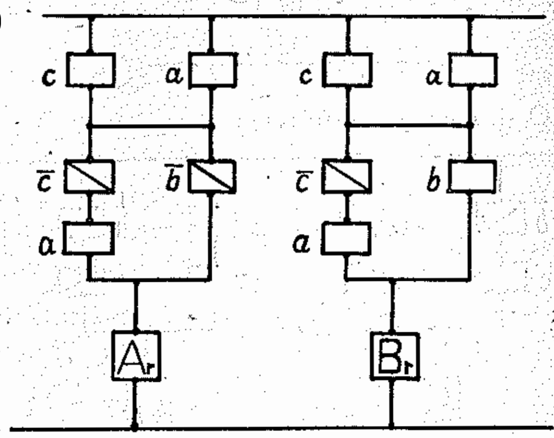
Igualmente

$$[(c \,.\, b) \vee (\bar{c} \,.\, a)] \,.\, Br$$

é equivalente a

$$(c \vee a) \,.\, (\bar{c} \vee b) \,.\, Br$$

b)



As fórmulas correspondentes são:

$$\begin{cases} (a \vee c) \,.\, [\bar{b} \vee (a \,.\, \bar{c})] \,.\, Ar \\ (a \vee c) \,.\, [b \vee (a \,.\, \bar{c})] \,.\, Br \end{cases}$$

De $(a \vee c) \,.\, [\bar{b} \vee (a \,.\, \bar{c})] \,.\, Ar$

Vem

$$(a \vee c) \,.\, (\bar{b} \vee a) \,.\, (\bar{b} \vee \bar{c}) \,.\, Ar$$
$$(a \vee c) \,.\, (\bar{b} \vee a) \,.\, (\bar{b} \vee \bar{c})\, (c \vee \bar{c}) \,.\, Ar$$
$$[a \vee (\bar{b} \,.\, c)] \,.\, [\bar{c} \vee (\bar{b} \,.\, c)] \,.\, Ar$$
$$[(a \,.\, \bar{c}) \vee (\bar{b} \,.\, c)] \,.\, Ar$$

o que mostra serem as fórmulas

$$(a \vee c) \,.\, [\bar{b} \vee (a \,.\, \bar{c})] \,.\, Ar$$

e

$$[(a \,.\, \bar{c}) \vee (\bar{b} \,.\, c)] \,.\, Ar$$

equivalentes.

Igualmente para Br.

c) Qual o interesse de complicar os esquemas para além da sua forma mais *reduzida* (simplificada).

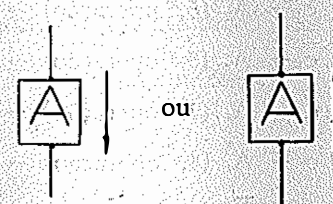
Sob o ponto de vista *formal* não há vantagem alguma. Porém, sob o ponto de vista *semântico* (ou interpretativo), pode haver vantagem. No caso presente os esquemas eléctricos a) e b) funcionariam melhor e exigiriam características menos difíceis de realizar elèctricamente, mas esta matéria escapa ao objectivo *imediato* desta exposição.

5 — Circuitos polarizados

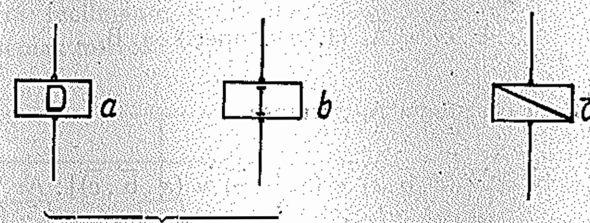
Quando um Aparelho necessita de ser alimentado de forma a que a corrente passe em determinado *sentido*, há que estabelecer condições adicionais relativas à *polaridade* dos terminais do Aparelho.

Os contactos, quando fechados, não só estabelecem a corrente como simultâneamente definem uma polaridade para o aparelho.

Um aparelho com polaridade representar-se-á, nos esquemas eléctricos, da forma seguinte:

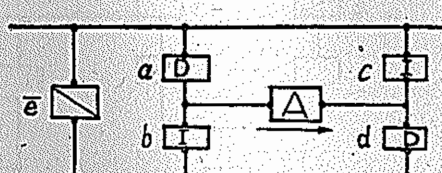


Os contactos polarizados serão representados da seguinte forma:



Quando os contactos D estão ligados, a corrente passa no sentido indicado pela *seta* no símbolo do aparelho. Inversamente os contactos I, quando ligado, fazem passar a corrente no sentido inverso do indicado pela seta no símbolo do Aparelho.

Consideremos agora o seguinte esquema:



Suponhamos que pelo contacto *e* não passa corrente.

Quando *a* e *d* estão fechados a corrente passa por A no sentido da seta.

Quando *b* e *c* estão fechados a corrente passa por A no sentido inverso.

O aparelho pode ter três situações:

$$\left\{\begin{array}{ll} \text{Passa corrente:} \left\{\begin{array}{l} \text{No sentido directo} \ldots \\ \text{»} \quad \text{»} \quad \text{inverso} \ldots \end{array}\right. & \begin{array}{l} 1.^{o} \\ 2.^{o} \end{array} \\ \text{Não passa corrente} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & 3.^{o} \end{array}\right.$$

Se designarmos por:

$$\left\{\begin{array}{l} A \text{ — «pode passar corrente»} \\ \overline{A} \text{ — «não pode passar corrente»} \\ \partial \text{ — «sentido directo»} \\ \overline{\partial} \text{ — «sentido inverso»} \end{array}\right.$$

e por A_{π}, aparelho *polarizado*, a fórmula

$$A_{\pi} = (A \, . \, \partial)$$

representa lògicamente todas as situações.

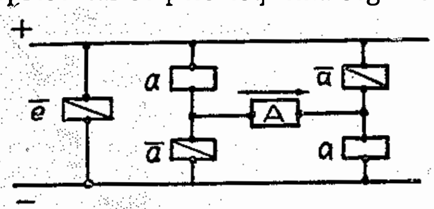
Com efeito:

$A \, . \, \partial \rightarrow$ «Pode passar corrente no sentido directo»
$A \, . \, \overline{\partial} \rightarrow$ « » » » » » inverso»
$\overline{A} \, . \, \partial \rightarrow$ «Não pode passar corrente (ligado no sentido directo)»
$\overline{A} \, . \, \overline{\partial} \rightarrow$ «Não pode passar corrente (ligado no sentido inverso)»

As relações lógicas existentes entre os contactos são as seguintes:

$$\begin{array}{lcl} a \equiv \overline{b} & & a \equiv d \\ & \text{e} & \\ c \equiv \overline{d} & & c \equiv b \end{array}$$

Destas relações conclui-se que o circuito poderá representar-se pelo esquema seguinte:



O sistema funcionará conforme o condicionalismo imposto se se verificar o seguinte:

«Se a corrente passa por *e*, então não passa pelo aparelho; se não passar por *e*, então passará pelo aparelho no sentido directo se *a* estiver activado e no sentido inverso se *a* não estiver activado».

O que podemos traduzir pela fórmula:

$$e + \overline{e} \, a + \overline{e} \, \overline{a} \quad \text{é uma tautologia}$$

É fácil ver que realmente se trata de uma tautologia.

Com efeito:

$$e + \overline{e} \, . \, (a + \overline{a})$$
$$e + \overline{e} \, . \, (a \equiv a)$$
$$e + \overline{e}$$
$$e \equiv \overline{e} \quad \text{que é uma tautologia}$$

Podiamos ver também o mesmo com um quadro de verdade:

e	a	$\overline{e} \, . \, a$	$\overline{e} \; \overline{a}$	$e + \overline{e} \, a + \overline{e} \, \overline{a}$
V	V	F	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	F	V	V

Recordando o significado de grandeza *Dual*, diremos que $\overline{a} = a^*$ e a e a^* representam uma *dualidade*.

Entre as propriedades duma dualidade, temos:

$$a + a^* = \text{tautologia } (V)$$
$$a + \overline{a^*} = \text{contradição } (F)$$

Atribuindo a V o significado de 1 e a F o significado de 0, virá

$$a + a^* = 1$$
$$a + \overline{a^*} = 0$$

Este método serve de base aos calculadores digitais que empregam o sistema *dualista* ou *binário*.

Também se designa *a* por contacto e $\overline{a} = a^*$ por contra-contacto.

Aproveitamos a oportunidade para definir o que se chama *diferença lógica*:

De $a + a^* = 1$, podemos definir

$$a = 1 - a^*$$

e

$$a^* = 1 - a$$

como diferenças lógicas.

Somando as 2 igualdades, vem

$$a + a^* = (1 + 1) - (a^* + a)$$
$$1 = 0 - 1$$

Para ver que $1 + 1 = 0$ basta recordar que 1 significa (V) e 0 significa (F) e $V + V = F$.

6 — Função memória

Dissemos atrás que os contactos podiam ser do tipo *e* ou *ou* e *activo* ou *passivo*.

Todas as situações lógicas na prática podem ser representadas por combinação daqueles tipos de contactos. Assim se podem traduzir muitos esquemas eléctricos.

A *função memória* também tem um grande alcance e convém por isso fazer uma referência ao seu esquema eléctrico e respectiva formulação *simbolica*.

A função memória tem por objecto reter uma informação recebida até que nova informação venha substituir a primeira.

A informação é recebida sob a forma de um impulso eléctrico (*step function*) que tem uma *duração definida* Δt.

Só há 2 situações: ou é recebido um impulso ou não é.

As informações mais complexas são obtidas conjugando vários impulsos que vão actuando outros contactos, de forma que qualquer informação traduzida num *sistema binário* pode ser «decorada» pelo conjunto de contactos que vão ocupar assim uma posição fechada ou aberta conforme houver que decorar que houve um impulso ou não.

6.1 — *Estudo de um comando de contactos capaz de reter um impulso*

Seja dado um *contacto*, cuja posição é aberta ou fechada e que é comandado por um *comando de contactos*.

Neste caso o contacto referido desempenha a função do *aparelho* e por isso se designa por A_x.

Desejamos que A_x satisfaça às seguintes condições:

1.º — Estando *aberto* e chegando um *impulso* ao comando de contactos, passe à posição *fechado*.

2.º — Estando *fechado* e chegando um *impulso* ao comando, passe à posição *aberto*.

3.º — Não chegando qualquer impulso, o contacto se mantenha indefinidamente na posição em que está.

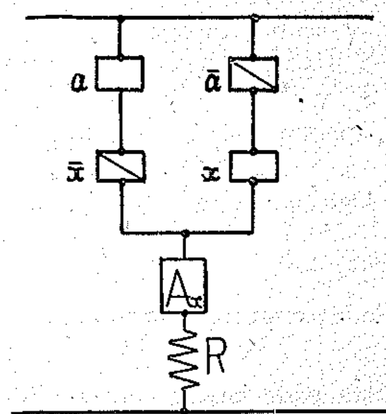
4.º — O impulso consiste na activação dum contacto *a* do comando de contactos durante um tempo Δt bem definido.

5.º — O comando de contactos tem também incorporado um contacto-relé *x* comandado por A_x, temporizado, isto é, só passando corrente durante um tempo $\Delta t'$ por A_x, ele será activado e só faltando a corrente em A_x durante um tempo $\Delta t'$, ele deixará de ser activado.

Verifica-se ainda que

$$\tfrac{1}{2}\,\Delta t < \Delta t' < \Delta t$$

O seguinte esquema eléctrico satisfaz às condições impostas:



As situações que se verificam são as seguintes:

Posição inicial — Por A_x não passa corrente e *a* e *x* estão em repouso.

1.º — *Por a passa o 1.º impulso*

Como *x* está em repouso, passará corrente por $\bar{x}$ e, como por *a* passa corrente, também passará por A_x.

Passando corrente por A_x durante um tempo $\Delta t' > \frac{1}{2}\Delta t$, o contacto *x* é activado e por $\bar{x}$ deixa de passar corrente. Logo interrompe-se a corrente em A_x.

O contacto *x* ficará activado durante um tempo $\Delta t'$ e portanto, quando o sinal cessa, visto então $\bar{a}$ ficar fechado, a corrente restabelece-se em A_x. A interrupção durou apenas $\Delta t - \Delta t' < \frac{1}{2}\Delta t$

Restabelecida a corrente em A_x, como por $(x, \bar{a})$ pode passar corrente, ela passará indefinidamente por A_x, até que chegue novo impulso.

Quer dizer, o 1.º impulso fica retido sob a forma de uma corrente em A_x.

2.º — *Passa um 2.º impulso por* a

Quando passa de novo um impulso por *a*, este contacto é activado e $\bar{a}$ abre, interropendo a corrente por A_x. Ao fim de um tempo $\Delta t'$ o contacto x deixa de estar activado, ficando a passar a corrente pelo circuito $(\bar{x}, a)$ e também por A_x durante um tempo $\Delta t - \Delta t' < \frac{1}{2} \Delta t$ até o sinal cessar. Quando o sinal cessa, a corrente deixa de passar pelo circuito $(\bar{x}, a)$ e, como não houve tempo para que x se activasse (só passou corrente em A_x durante um tempo $\Delta t - \Delta t' < \frac{1}{2} \Delta t$), ficará indefinidamente interrompida a corrente em A_x.

Assim, com a situação de repouso de A_x, por tempo indefinido, fica retido o segundo impulso.

Podemos resumir o que se disse, no seguinte quadro:

	a	$\bar{a}$	x	$\bar{x}$	Ax . R	Yx	Observações
0'	F	V	F	V	V	F	Estado inicial
1.º	V	F	F	V	V	V	Passa corrente durante um tempo $\Delta t'$
	V	F	V	F	V	F	A corrente é interrompida um tempo $\Delta t - \Delta t'$
	F	V	V	F	V	V	A corrente passa durante um tempo indefinido
2.º	V	F	V	F	V	F	A corrente é interrompida um tempo $\Delta t'$
	V	F	F	V	V	V	A corrente passa um tempo $\Delta t - \Delta t'$
	F	V	F	V	V	F	A corrente fica interrompida indefinidamente

Representou-se por Yx a expressão simbólica correspondente ao esquema eléctrico anterior:

$$Yx = [(a . \bar{x}) \vee (\bar{a} . x)] \, . \, A_x . R$$

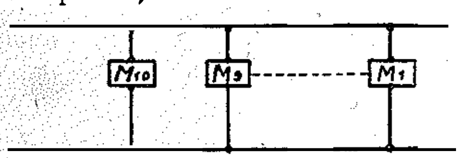
$A_x . R$ é uma imposição que significa que o aparelho está em bom estado e que não haverá curto-circuitos.

7 — Calculadores

Uma memória pode servir para realizar operações de cálculo algébrico.

Vamos mostrar como se pode formar um esquema capaz de efectuar *somas algébricas*, que são a base de todas as outras operações.

Seja dada uma série de memórias elementares (por exemplo 10).



Seja dado um número expresso numa *base binária* (por ex. 000 10 11010).

Inicialmente todas as memórias estavam na posição (000000000).

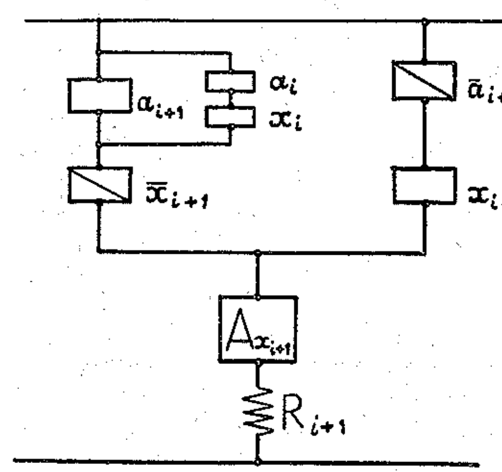
Vamos adicionar ao primeiro um segundo número (por ex. 0000 10 1011).

1.º — O primeiro número foi *decorado* pelas 10 memórias do calculador (um algarismo por cada memória).

2.º — O segundo número foi fornecido às mesmas memórias, verificando-se as seguintes modificações:

$M_1 \rightarrow 0 + 1 = 1$
$M_2 \rightarrow 1 + 1 = 0$
$M_3 \rightarrow 0 + 0 = 0$
etc.

As memórias assim concebidas não satisfazem às funções de calculador porque todas as vezes que em M_i se verificar $1 + 1 = 0$ será necessário transferir para M_{i+1} mais um *impulso*.



Porém a memória concebida como se indica na figura junta já resolve a dificuldade.

Este esquema difere do de uma memória normal porque se acrescenta em *paralelo* com a_{i+1} mais a série de dois contactos a_i e x_i da memória anterior, mas temporizados de um tempo igual a Δt (duração de um impulso).

Com efeito, só quando por x_i está passando corrente e um novo impulso passa por a_i, passará um 2.º impulso por $a_i \,.\, x_i$ decalado de Δt, que dará um 2.º impulso à memória M_{i+1}, como convém.

A expressão destas memórias será

$$\{([a_{i+1} \vee (a_i \,.\, x_i)] \,.\, \overline{x_{i+1}}\} \vee [\overline{a_{i+1}} \,.\, x_{i+1}]) \,.$$
$$.\, Ax_{i+1} \,.\, R_{i+1} = Y_{ix}$$

A decalagem no *tempo*, Δt, é necessária para que se não confundam os impulsos com os de $(a_i \,.\, x_i)$.

8 — Resumo

Com estes exemplos houve por objecto dar as ideias mestras da lógica simbólica e mostrar o alcance desta ferramenta.

Quanto às aplicações diremos que são numerosas e especialmente merecem referência as seguintes:

— *Automação* — não há nenhum sistema automático que não necessite de encerrar alguns sistemas lógicos por meio dos quais são tomadas *decisões lógicas* que o operador humano teria de realizar, se não tivesse sido substituído pelo sistema automático.

— *Calculadores* — o calculador é a forma mais avançada e complexa da aplicação da lógica simbólica. Com efeito, por meio da *ordenação* são dadas instruções ao calculador que depois *trata* os dados que lhe são fornecidos segundo o sistema lógico imposto e dá um resultado que é formalmente correcto.

Tip. Jorge Fernandes, Ltd.ª
R. da Cruz dos Poiais, 103
LISBOA