MTPED.000 1

4 Conferencia
Aplicacoes da Matematica a' Economia e a' Gestao
CEMAPRE . 23 a 25 de Marco 1994 .

EMULACAO de REDES NEURONAIS .

(EMULATION of NEURONAL NETS)

Antonio G. Portela
Prof.Jubilado IST

RESUMO .

O metodo assenta na descricao formal de redes por um sistema matrizes suscetivel de ser condensado numa matriz unica .
Podem ser processados reticulados alem de reais .
Emula alguns processos usados em redes neuronais mas e' distinto , e.g. nao usa sigmoides ou funcoes equivalentes .
Converge robustamente .
Foi feito um programa em Pascal e foram tratadas redes cujas matrizes tinham dimensoes que variavam entre : 20x6 a 2000x600 .

SUMARY

The method is based in the formal description of nets by a systen of matrices which is condensed in one matrix .
Reals and other fields can be used .
The method emulates some processes used neuronal nets theory but otherwise is quite distict , e.g. sygmoids or equivalent functions are not employed .
The method converges robustely .
A program was writen in PASCAL and some nets described by matrices ranging from 20x6 to 2000x600 were studied .

0 INTRODUCAO .

O uso de redes neuronais como processo de representar sistemas tem tido um certo sucesso em variadas disciplinas e aplicacoes.
Os agregados socio-economicos dispondo de alguma forma de estructura podem ser considerados sistemas e se for possivel descrever essa estructura por meio de uma rede, o grafo dessa rede sera´ a imagem formal do agregado e vai constituir o ponto de partida para o respectivo tratamento formal .
A funcao do modelador humano sera´ pois a traduccao do agregado num grafo e o tema deste texto toma como ponto de partida esse grafo .
Parte-se do principio que o conjunto dos NOS da rede , conjunto referencial , e´ finito .

O grafo da rede pode ser convertido num sistema serie/paralelo de matrizes e , mediante um certo numero de convencoes , este sitema pode ser reduzido a uma unica matriz .
Os conceitos de matriz bem como as operacoes respectivas , soma e producto, podem ser estendidos a outros pares de connectivas conjugadas , para alem do par soma e producto de reais para o que estas serao redefinidas .
Conserva-se das redes neuronais o uso de uma dimensao da entrado sempre superior a´ da saida e dai as matrizes serem rectangulares .

Resumido as entradas e as saidas da rede sao descritas por vectores , e a dimensao do espaco de entrada na rede e´ , por hipotese, maior do que o da saida da rede .
Ha que distinguir entre entradas e saidas na rede e na matriz .

Duas classes de problemas tipicos podem ser resolvidos :

. Dados dois vectores Ei "entrada" e Sj "saida" que descrevem o sistema (Socio/Economico) em estudo de dois modos diferentes , em geral , "ensinar" a rede a gerar uma matriz Mij resolvente da equacao Mij.Ei = Sj .
  Em geral existirao varias matrizes Mij resolventes.

. Dados uma Matriz ^Mij e um Vector de Saida ^Sj , a matriz escolhida como operador paradigma e o vector como saida de referencia , verificar se uma entrada qualquer Ei satisfaz a Prox(Sj,^Sj) < Pat , onde Sj = ^Mij.Ei , saida calculada e Prox e´ uma proximidade, afastamento ou distancia e Pat um patamar , ambos escolhidos por criterios semanticos .

Foi desenvolvido um conjunto de procedimentos , escritos em Pascal , destinados a processar redes cujas imagens matriciais implicam sistemas de matrizes que condensados numa matriz unica esta pode possuir milhares de colunas e um numero indeterminado mas finito de linhas e usando pares de connectivas conjugadas nao so´ as do corpo dos reais mas as de reticulados em geral .

1 MATRIZES RECTANGULARES .

Sejam dados dois espacos lineares I e J .
Di e Dj sao as dimensoes respectivas desses espacos .
Vi e Wj dois elementos genericos de , I e J .
Mij matriz , operador linear e homogeneo, que aplica Vi em J, sendo Wj a imagem de Vi .

Se Dj < Di entao a "descriminacao espacial" da imagem Wj e´, em geral, menor do que a de Vi , isto e´, Wj e´ uma imagem mais "grosseira" do que a imagem Vj .
Existira´ , em geral, um conjunto de elementos Vi em I que vao produzir a mesma imagem Wj , isto e´ , o operador inverso Mji cria em I , uma classe de equivalencia com mais de 1 elemento.
Identicamente, sendo dado o par (Vi,Wj) , existira´ uma classe de matrizes e em geral com mais de um elemento, tal que Wj sera´ a imagem de Vi .
A relacao Di/Dj e´ o parametro que descreve a rectangularidade da matriz .

2 GRAFOS e MATRIZES .

A descricao duma rede pode ser feita empregando a linguagem matricial .
O calculo matricial foi desenvolvido para operar com reais (ou complexos) mas nada obsta que seja adaptado a outras estructuras , como por exemplo reticulados , que empregam pares de connectivas conjugadas como por exemplo (maximo e minimo) ou (supremo e infimo) .

O simbolo generico dum par de connectivas conjugadas (aditiva e multiplicativa) sera´ ({+} {*}) e a estructura correspondente sera´ simbolizado por ([X], {+}, {*}) , onde [X] representa o conjunto referencial .

Convem recordar a existencia de dois elementos de [X] , {0} e {1} que gosam das seguintes propriedades :
{+}({0}, Xi)=Xi   {*}({0},Xi)={0}   {*}({1},Xi)=Xi e Xi em [X].

Em geral, a traduccao do grafo duma rede em linguagem matricial faz-se usando as seguintes convencoes :

. Na rede distinguem-se NOS de tres classes :
  entrada (E), saida (S) e interiores (I).
. A matriz condensada que descreve o sistema serie-paralelo de matrizes tem um numero de colunas igual a´ soma dos NOS E+I e um numero de linhas igual a´ soma dos NOS S+I .
. O valor dum arco que liga dois NOS da rede e´ igual ao valor do elemento correspondente da matriz .
. A todo o par de NOS nao ligados por um arco corresponde, na matriz, um elemento do tipo {0} .
. Os operadores {+} e {*} aplicaveis aos elemnetos das matrizes sao as connectivas da estructura usada .
. Os operadores conjugados aplicaveis a matrizes serao simbolizados por {++} e {**} .
. A matriz pode ser entendida como um elemento de um grupo de operadores lineares e homogeneos munido de uma connectica multiplicativa {**} .
. Uma rede nao tem necessariamente NOS interiores mas quando os tem as operacoes sobre matrizes constituiem procedimentes especiais . Ver 3 .

3 GERACAO de MATRIZES .

O numero de matrizes rectangulares que projectam a imagem Wj para a entrada Vi formam uma classe de equivalencia , ver 1 e 2 , o que vai permitir efectuar uma escolha nessa classe desde que se disponha de uma funcional , Func , adequada e.g. :

- minimizar o numero de iteracoes (a mais corrente) .
- dar relevancia a certos elementos do vector .
- minimizar a inhomogeneidade da matriz , e.g. : entropia .
- etc. etc.

Nas matrizes em estudo , o vector de entrada Vi e´ formado pelo vector VEa correspondente aos NOS de entrada da rede e o vector VIb correspondente aos NOS interiores da rede .
Dum modo identico, o vector de saida da matriz Wj e´ formado pelo vector WSc correspondente aos NOS de saida da rede e WId, igual a VIb e correspondente aos NOS interiores da rede , com
a em [1..Ent] , b em [1..Int] e i em [1..Ent+Int] ,
c em [1..Sai] , d em [1..Int] e j em [1..Sai+Int] e onde
Ent e´ o numero de nos de entrada da Rede ,
Sai " " " " " " saida " " ,
Int " " " " " " interiores " .
Recorda-se que: Ent>Sai, Int >= 0 e Ent,Sai,Int sao finitos.

O procedimento da geracao dum matriz Mij resolvente da equacao Mij {**} Vi = Wj implica conhecer os vectores de entrada, Vi, e de saida, Wj . Porem , no caso mais geral onde o conjunto dos NOS interiores nao e´ vazio , os vectores Vi e Wj so´ parcialmente sao conhecidos uma vez que so´ VEa e VSc sao dados .
Em geral, usa-se fazer o vector de partida , VIb , correspondente aos NOS interiores da rede , um vector de elementos iguais a {0} .
Se o caminho mais "longo" na rede tiver P arcos , P finito , havera´ que proceder pelo menos a P "repeticoes" do producto {**} , substituindo VIb por WId obtido na operacao anterior , para que todos os caminhos tenham intervido na saida .
Outra forma de garantir que o numero de "repeticoes" foi suficiente conciste em verificr quando dois vectores de saida sucessivos sao iguais .
Assim , sejam dados :

(1) ... VEa , WSc e VIb = WId = [{0}],
(2) ... Wj = Mij {**} Vi , a equacao a resolver ,
sendo : Vi = VEa+VIb e Wj = WSc + WId .
(3) ... Os elementos da matriz de partida sao gerados aleatoriamente .
(4) ... Prx(kWj,Wj) , onde Prx e´ o criterio adoptado de proximidade entre a saida calculada, kWSj e a saida desejada, WSc . Esta proximidade pode ser um afastamento ou ate´ uma distancia e toma valores numa estructura munida de relacao de ordem , em geral, estricta e essa estructura pode ser a do espacos I, J .

Para gerar uma matriz Mij resolvente de (2) , procede-se iterativamente a partir da matriz aleatoria (3) e seja kWSj = Mij {**} Vi a saida ao termo da iteracao de ordem k .

A proximidade Prx vai servir de referencia para a escolha dos novos valores a dar aos elemntos de Mij , corrigindo os anteriores e simultaneamente procurando estremar a funcional Func adoptada .

O criterio de interrupcao do processo de iteracao e´ baseado tambem na funcao Prx , verificando-se a interrupcao do processo quando Prx atingir um patamar previamente escolhido .

Porque o numero de iteracoes e´ muito elevado (algumas centenas) e o numero de repeticoes raramente e´ superior a 1 ou 2 dezenas , a igualdade entre o vector dos NOS interior de saida o da entrada e´ sempre atingida .

4 IDENTIFICACAO de OBJECTOS (Vi) .

O metodo mais usado conciste em :

. Definir uma proximidade (ou afastamento ou distancia) aplicada a um par de imagens Wj Uj que , em geral , sera´ a mesma usada em 3 , Prx .

. Um objecto referencial cuja imagem Uj vai servir de paradigma .

. Um patamar que e´ escolhido com o fim de permitir definir a subclasse de objectos cujas imagens Wj teem uma proximidade da imagem Uj inferior a esse patamar .

Escolhidos o patamar, a matriz , a funcao proximidade e a saida referencial e´ possivel criar classes de objectos "identicos" .

Notar que quanto maior for a relacao Di/Dj mais elementos tera´ a classe de "objectos identicos" , porem menor sera´ o poder de descriminacao do operador , (filtro sera´ mais grosseiro) .

5 NORMALIZACAO .

Pressupoe-se que a "entidade" real ou virtual a observar configura um conjunto nao vazio o qual sera´ consideradao o conjunto universal de discurso , UN que se supoe finito e PUN , simboliza o conjunto das partes de UN .

Sejam PF e PG duas particoes de UN e sejam crd(PF) > crd(PG) os cardinais respectivos .

Seja ainda dada uma funcao univoca , APL , que tem por dominio PUN e toma valores num espaco vectorial , multidimencional em geral.
E.g. : contradominio de APL(PF) e´ o espaco I e
" " APL(PG) e´ " " J .

Os espacos I e J sao frequentemente ¦Rn e ¦Rm respectivamente , com n>m , contudo , em muitos casos , I e J sao productos carteseanos de um reticulado, RET :: ([X], {+}, {*}) .

Se APL tomar valores nos reais ha que proceder a uma normalizacao desses valores , como se descreve abaixo :

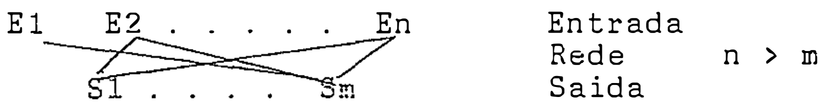
. Verificar se e´ finito Vi = APL(Pi) , onde Pi e´ uma parte qualquer de PF ou de PG .
. Proceder a uma normalizacao de APL(Pi) escolhendo um operador linear LL que aplique , no intervalo [0,1] dos reais , os valores de APL(Pi) , para todo e qualquer Pi em PF ou PG .
(5) ... LL(APL(Pi)) = ^Vi .
. Recorda-se que os elementos da matriz Mij tambem pertencem a [0,1] .
. A connectiva {**} , em Mij {**} ^Vi , tem a forma seguinte :
(6) ... ^WJ = Mij {**} ^Vi = (1/Ent) * SOMAT(Mij * Vi) ,
com i em [1..Ent] .
Este procedimento garante que o ^Wj resultante da operacao producto {**} , tambem vai pertencer a [0,1] .
. O operador inverso de LL sera´ simbolizado por ^LL e destina-se a reverter os valores de saida obtidos , ^Wj e que pertencem a [0,1] , a´ escala dos valores em que as variaveis Vi e Wj sao representadas , Wj = ^LL(^Wj) .

6 CASOS TIPICOS .

Esta apresentacao tem por objecto fazer consideracoes sobre o tema na esperanca de facilitar a missao do estudioso que tenha a intencao de efectuar aplicacoes da metodologia .

6.1 A rede NAO tem restriccoes nem NOS internos .

Porque nao existem NOS internos , a entrada e a saida da matriz e da rede sao respectivamente iguais .
A nao existencia de restriccoes implica que todos os NOS de entrada estao ligados a todos os nos de saida e a matriz condensada nao tem elementos essencialmente nulos {0} .
Devera´ usar-se esta solucao quando todas as variaveis de entrada influiem nas de saida embora nao se saiba como ou nao se deseja "informar" a rede dessas influencias .
A dimensao do espaca de saida devera´ ser 3 a 5 vezes menor do que a da do espaco de entrada .



A matriz correspondente a´ rede tera´ n linhas e m colunas.
Apropriada a aplicacoes a sistemas com um elevado nivel de substituicao , tais como : feiras , mercados (e.g.: agricolas) , bolsas (e.g. de valores) , etc. .

6.2 A rede TEM restriccoes mas NAO tem NOS internos .

A existencia de restriccoes implica registar na matriz como elementos essencialmento nulos {0} que correspodem aos arcos NAO existentes .
Permite tratar dos casos onde existem classes de variaveis de entrada que nao interveem em todas as classes de saida .
Formalmente, ha apenas que registar na matrz Mij os elementos essencialmente nulos {0} .

8.3 A rede TEM restricooes e NOS internos .

A rede tem NOS internos e nao existem certos arcos nomeadamente arcos a ligar directamente os NOS de entrada com os de saida .
A matriz tera´ elementos invariantemente nulos , {0}, e havera´ caminhos formados por varios arcos .
Estas redes sao ajustadas a´ descricao de estructuras constitidas por varios agregados de operadores economicos onde as entradas de uns sao as saidas de outros .
Nestes casos o objectivo nao e´ descrever o sistema exaustivamente mas apenas apontar os arcos que nao teem existencia real .
Por exemplo , a "entrada" podera´ configurar a importacao do exterior no sistema e a "saida" as exportacoes do sistema para o exterior .
Ha que ter o cuidado de verificar se a particao das importacoes tem um cardinal superior ao cardinal da particao das exportacoes, e.g. ratio de 2 a 5 .
Se for excluida a actividade import/export pura que nao tem processamento industrial , a sub-matriz correspondente aos pares (Ei,Sj) e´ constituida por elemntos {0} .

E1 E2 . . . . En	Entrada da Rede
(I1..Ip) x (I1..Ip)	Conjunto de NOS interiores .
S1 . . . Sp	Saida da rede

A matriz condensada correspondente a´ rede sera´ :
(E1...En I1...Ip) x (S1...Sm I1...Ip) , com n+p colunas , e m+p linhas e os elemntos que correspondem a arcos NAO existentes serao simbolizados por {0}.

NOTA : Podem impor-se condicoes lineares gerais a uma rede , basta que sejam traduzidas em linguagem matricial e sejam acrescentadas as linhas a Mij e os elemento ao vector de saida correspondentes porem com a indicacao de que os elementos respectivos sao essencialmente invariantes , tal como se fez com {0} .