técnica

NÚMERO 429 · OUTUBRO DE 1975 · ANO L · VOLUME XXXVII · PUBLICAÇÃO MENSAL

C. D. U. 007

Do conhecimento e da acção

ANTÓNIO GOUVEA PORTELA

RESUMO

O modo como o homem adquire conhecimento do universo, como o conceptualisa e actua.

SUMARY

How man aquires knowladge about the universe, conceptualises it and acts.

1 — INTRODUÇÃO

1.1 — O UNIVERSO DOS SERES E O DOS ATRIBUTOS

Um *ser* (S) (conceito primário não definido) possui vários *atributos* (A) (conceito primário igualmente não definido).

Os *seres* pertencem ao Universo dos seres U_S .

Os *atributos* pertencem a outro Universo, o dos atributos U_A .

O homem *conhece* os seres pelos seus artibutos.

Os *seres,* elementos de U_S projectam imagens no universo dos atributos U_A por meio de *Relações* que simbolizaremos por ρ com índices apropriados.

Os *seres* interaccionam uns com os outros e dessas interacções resulta que as respectivas «imagens atributivas» são alteradas.

Postula-se que dois seres não interaccionam se as respectivas imagens no universo dos atributos não se modificam como resultado dessa interacção tentada.

Figurativamente podem apresentar-se estes conceitos da forma seguinte:

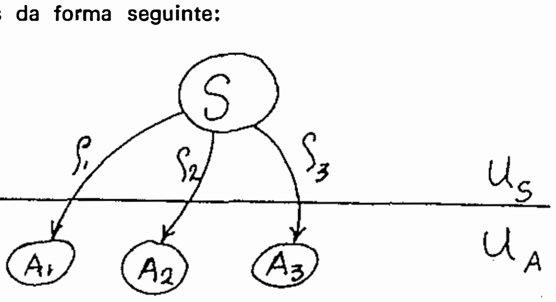


Fig. 1

onde $S \varepsilon U_S$, $A_i \varepsilon U_A$ com $i \varepsilon \Omega$

Na Fig. 1 está representado um ser S e um conjunto de Atributos A_i que S projecta por meio dum conjunto de relações ρ_i .

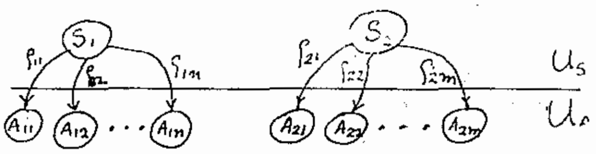


Fig. 2

Na Fig. 2 estão representados dois seres S_1 e S_2 e as respectivas constelações de atributos A_{1i} e A_{2j} obtidos por meio das duas constelações de relações ρ_{1i} e ρ_{2j}.

Se entre S_1 e S_2 se se estabelecer uma *interacção* então, *pelo menos,* uma imagem atributiva A_{1i} e outra A_{2j} se modifica o que demonstra que uma interacção teve lugar, como se representa na Fig. 3.

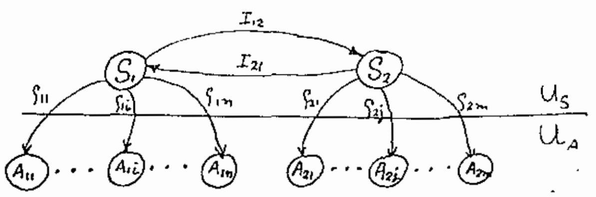


Fig. 3

1.2 — INSTRUMENTOS (SERES INSTRUMENTAIS S_i)

Um instrumento (no sentido lato) não é mais que um *ser* que tem uma imagem atributiva «típica».

Um termómetro é construído para medir o artributo da temperatura.

Um instrumento é optimisado no sentido de dar relevancia à imagem que projecta num certo *atributo* $A\alpha$.

Procura-se ainda que, quando usado, isto é, estabelecida a interacção do *ser-instrumento* com o *ser-mensurado*, cujo atributo se deseja apreciar, se verifique que os atributos do *ser-mensurado* não sofram modificações relevantes de modo a que se possa declarar que este não foi submetido a uma alteração por força da interacção, com o *ser-instrumental.*

Assim, o homem foi conduzido a fabricar uma vasta classe de instrumentos cada um especializado na apreciação de certo atributo.

Figurativamente a imagem-atributiva de um ser não é, na ciência moderna, conhecida senão por intermédio das imagens típicas dos seres instrumentais que são postos em interacção com ele.

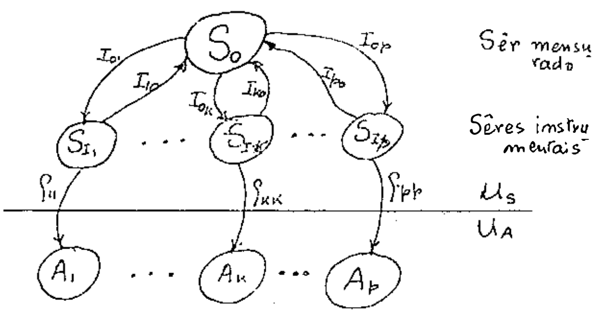


Fig. 4

Na Fig. 4 estão indicados os passos normalmente dados na operação da observação-atributiva de um ser S.

NOTA 1 — O homem pode desempenhar o papel de ser-instrumento, quando propõe um juízo de valor. Deste modo o homem desempenha duas funções, a de Ser-instrumento e a de apreciador de atributos.

NOTA 2 — Este conceito é muito vasto e se é simples reconhecer que um termómetro é um ser-instrumento, é mais difícil reconhecer que uma simples contagem dos elementos dum conjunto ou a verificação de que a luz está acessa, são para este efeito, também instrumentos.

NOTA 3 — Sem querer introduzir qualquer conceito de «informação», pode dizer-se duma forma figurada que na interacção entre S_o *e* S_{ik} *se podia desprezar os efeitos* I_{ko} *e suprimir no grafo os arcos desse tipo.*

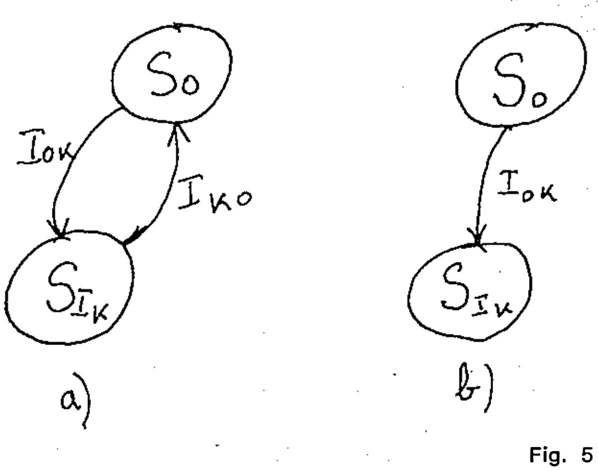


Fig. 5

Num instrumento procura-se que o grafo da Fig. 5 a seja substituído pelo grafo da Fig. 5 b.

1.3 — SERES INFLUENTES: (OU POTENTES)

Em oposição aos *seres-instrumentais* que se caracterizam por evitar, na medida do possível, alterar o *ser-mensurado* quando aqueles são postos em interacção com estes, outros há que se destinam justamente a *provocar* modificações nos seres-mensurados.

Com efeito espera-se que uma válvula, um contacto-eléctrico, etc., interfiram no *ser* em estudo de modo a alterar a sua imagem atributiva.

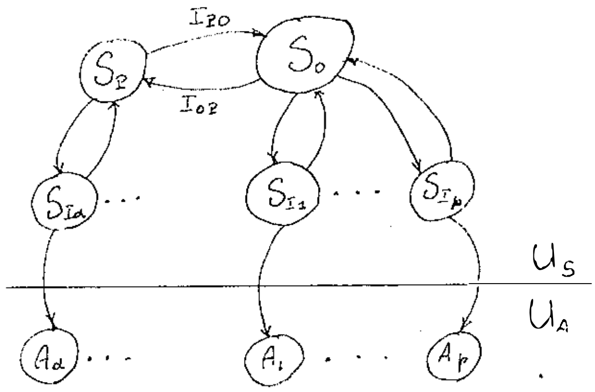


Fig. 6

Um Ser-Potente S_P interacciona com um Ser dado S_o. Então deve verificar-se que:

$\underset{\alpha}{\exists}$ A_α imagem-atributiva do Ser-instrumental $S_{i\alpha}$ em interacção com S_p ;

$\underset{k}{\exists} A_k$ imagem-atributiva do Ser-instrumental S_{ik} em interacção com S_o;

se modifiquem por força de interacção, entre S_p e S_o.

Na Fig. 6 está representado este conceito e procurou-se ainda distingir os S_α destinados a obter imagens-atributivas de S_p e S_o e cuja intervenção pouco devo alterar a interacção em estudo de S_p com S_o .

Note-se finalmente que no grafo que descreve a interacção entre S_p e S_o tanto I_{po} como I_{op} são em geral importantes.

Contudo pode acontecer que I_{op} possa ser desprezável, (ao contrário do que sucedia com I_{ou}).

Assim, teremos as seguintes situações típicas:

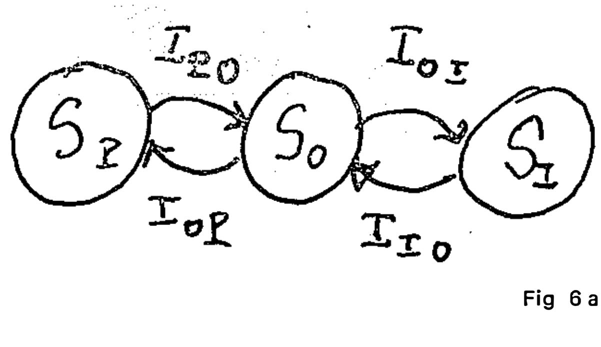


Fig 6 a

Na Fig. 6 a, está representado a situação real, isto é, a interacção envolve sempre um *duplo arco*.

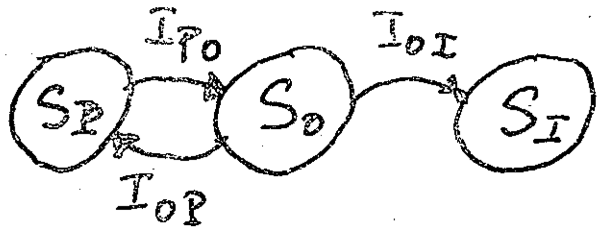


Fig. 6 b

Na Fig. 6 b, para instrumentos é possível desprezar na generalidade o arco I_{IO}.

Na Fig. 6 c, para uma relativamente vasta gama de *Seres-potentes* pode desprezar-se I_{op}, o grafo obtido constitui uma cadeia linear.

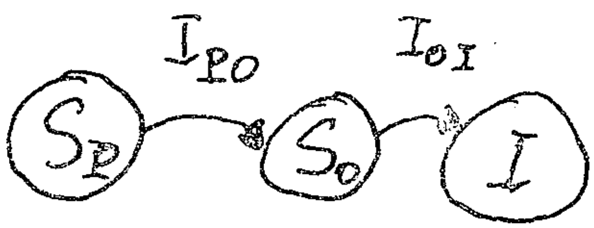


Fig. 6 c

1.4 — RELAÇÃO ENTRE IMAGEM-ATRIBUTIVAS

Há três grandes categorias de relações entre imagens-atributivas.

a) *Categoria f.*

Seja dado um ser S e suas respectivas imagens-atributivas A_i, $i \varepsilon \Omega$

Se for possível definir uma relação f tal que

$$A_j \overset{f}{\frown\!\!\rightarrow} A_l$$

onde: $j \varepsilon \Omega_l \subset \Omega$ e $l \varepsilon \overline{\Omega_l}$

onde $\overline{\Omega}_l$ é o complemento de Ω_l em relação a Ω., pode então declarar-se queas imagens A_i estão entre si relacionadas, (ou correlacionadas).

Esta categoria de relações só demonstra a existência de redundância na informação colhida a respeito de S e têm interesse sobretudo para *controlar* (check) a informação colhida.

b) *Categoria F.*

Relações que têm por domínio imagens-atributivas de um ser e por contradomínio outros atributos (em geral não mensuráveis).

Exemplos: energia, informação, entropia, liquidez, prezer, tensão nervosa, etc.

Este tipo de relações têm a maior importância porque permitem descrever os seres reais à luz de atributos conceptuais, isto é, do foro dos conceitos e não dos sentidos.

c) *Categoria* φ

Relações que se estabelecem entre imagens de seres interaccionando entre si, nomeadamente entre seres potentes e o ser em observação.

Tem interesse figurar estes três tipos de relações.

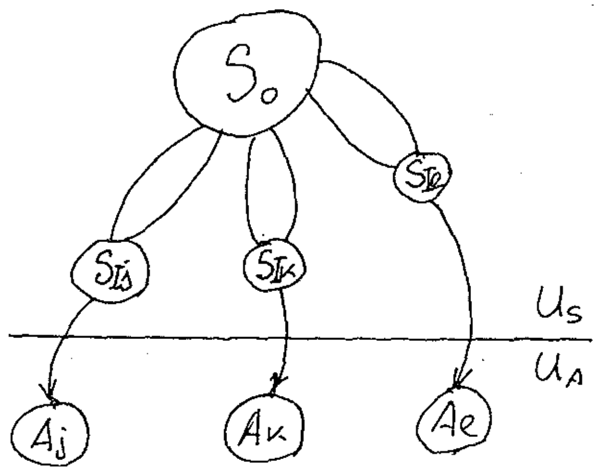


Fig. 7a

Categoria f

Seja $a_{oj} \varepsilon A_j$ com $j \varepsilon \Omega$, o valor do atributo de S_o em A_j.

Uma relação do *tipo f*, terá a forma

$$A_{oj} \overset{f}{\frown\!\!\rightarrow} A_{ol}$$

com: $j \varepsilon \Omega_I \subset \Omega$ e $l \varepsilon \overline{\Omega_I}$

Como por exemplo $a_{ol} = \sum\limits_{j \varepsilon \Omega_I} a_{oj}$

então a_{ol} não traz nova informação e o conhecimento a_{oj} $j \varepsilon \Omega$, era suficiente, a_{ol} é informação redundante, que pode apenas servir de controle.

O Domínio de f é o produto carteziano $\left\{ \underset{j \varepsilon \Omega_I}{X} A_j \right.$

e Contradomínio é $\left\{ \underset{l \varepsilon \Omega_I}{A_l} \right.$

veja-se Fig. 7 a

Categoria F

$$\text{Dom F} \equiv \underset{j \varepsilon \Omega,}{X} A_j \text{ onde } \quad \Omega, \varepsilon \Omega$$

$$\text{e cont F} \equiv \underset{\beta \varepsilon \varnothing}{X} A_\beta$$

Porque as imagens-atributivas $A\beta$ com $\beta \varepsilon \varnothing$ são as mais variadas pode até acontecer que se desprezem completamente os A_j e se substituam por $A\beta$ para tanto basta que F seja *invertível.*

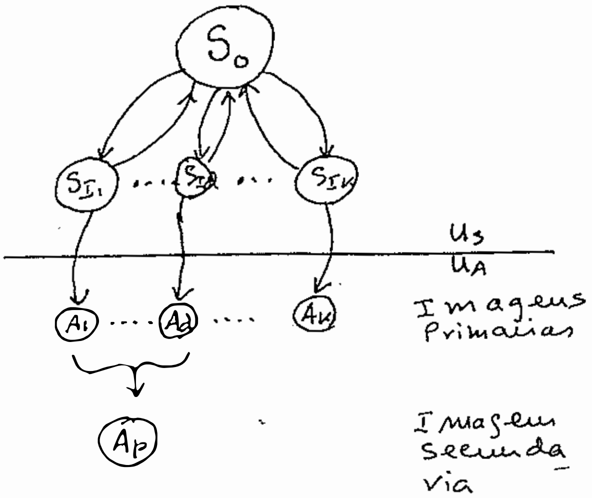


Fig 7 b

Na Fig. 7 b, está *representada* a forma como se criam estas imagens-atributivas secundárias a partir das imagens-primárias.

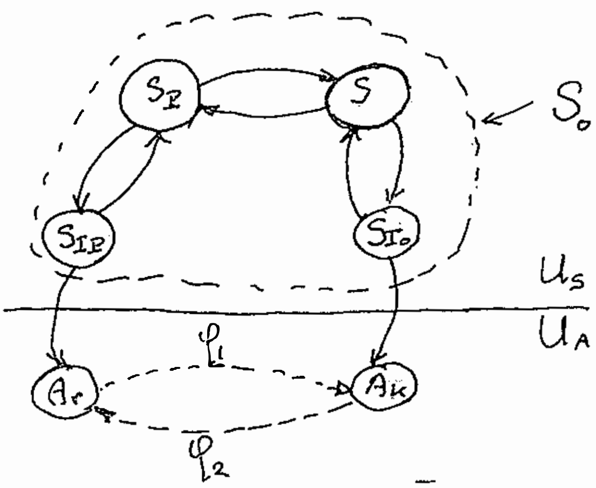


Fig. 7 c

Categoria φ

— S_p interacciona com S_o

— S_p projecta imagens do tipo A_r com $\nu \varepsilon \Omega$ e S Projecta imagens do tipo A_k com $K \varepsilon \theta$

$$\varphi_1 \begin{cases} \text{tem por domínio} & \underset{r \,\varepsilon\, \Omega_1 \subset \Omega}{X} A_r \\ \text{e contradomínio} & \underset{k \,\varepsilon\, \theta_1 \subset \theta}{X} A_k \end{cases}$$

e

$$\varphi_2 \begin{cases} \text{tem por domínio} & \underset{k \,\varepsilon\, \theta_2 \subset A}{X} A_k \\ \text{e contradomínio} & \underset{r \,\varepsilon\, \Omega_1 \subset \Omega}{X} A_r \end{cases}$$

Estas relações φ, no universo U_A das Imagens-atributivas, procuram descrever, tanto quanto possível, o que se passa entre S_p e S no mundo do Real. Veja-se Fig. 7 c.

Convém ainda chamara a tenção para os seguintes aspectos:

— Se designarmos por S_T à reunião interactuante de $S \cup S_p \equiv S_T$, então as relações do tipo φ confundem-se com as do tipo f.
Sobretudo, em física e automação é costume recorrer alternadamente a estes dois modos de encarar o par (S, S_p).

— Se designarmos por S_o à reunião interactuante dos seres $\{S_{ip}\} \cup S_p \cup S \cup \{S_i\} \equiv S_o$ e, por outro lado reunirmos $\{A_i\} \cup \{A_k\} \equiv A$ então A_w é a imagem de S_v por $\{\rho_e\}$ com $l \,\varepsilon\, \theta \cup \Omega$; Veja-se Fig. 7 d.

Se na resolução de um determinado problema a imagem p w $\{\rho_e\}$ for adequada então $\{A\,w\}$ deverá conter toda a informação necessária para resolver o problema proposto.

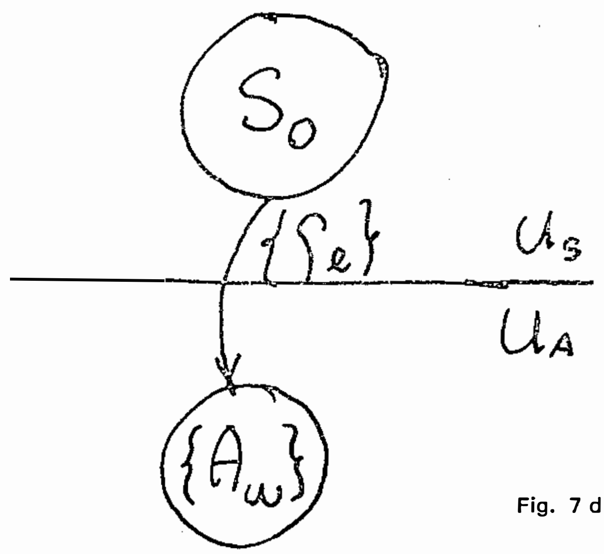


Fig. 7 d

— O estudo dum fenómeno interactivo poderá fazer-se como se indica na Fig. 7 e, o que já é uma representação mais simples.

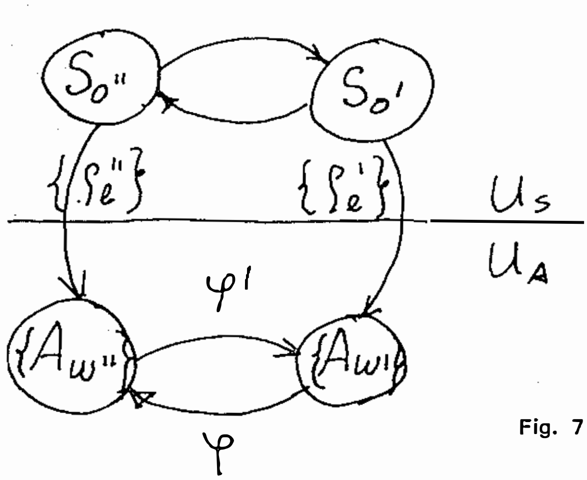


Fig. 7 e

— Por último tem interesse referir que o formalista desinteressa-se do universo U_S, alguém (físico, engenheiro, economista, médico, astrónomo, etc.) se encarregou da tarefa de formar as imagens {A w}. O seu problema nasce daqui por diante. No capítulo seguinte 1.4) trata-se sumariamente deste problema.

1.4 — FUNÇÕES DO FORMALISTA

No contexto desta exposição o maior problema do formalista é tornar nítidas as imagens {A} o que através do tempo foi obtido usando várias linhas de progresso:

A — *Definição sintática* de cada um desses espaços onde a imagem A_T é descrita, — aqui temos toda a álgebra e topologia.

B — *Oferecer ao físico* (muitas vezes por iniciativa do próprio físico) uma grande cópia de espaços: grupos, anéis, módulos, espaços funcionais, etc., com métricas variadas (e sem elas), conceitos de distância, distribuição, etc.

C — Estabelecer *regras de inferência* de aplicação sintática: (operações, operadores) que dum modo geral chamaremos de *Relações*, que habilitem a racionalizar o juizo sobre as imagens.

Qual o principal perigo? o confundir-se a Nuvem com Juno, isto é, a Imagem do ser, com o próprio ser.

Leis da física, modelos econométricos, caixas pretas da álgebra de Blocos, são Relações, entre imagens de interacções reais de entes reais, em geral purificadas, idealisadas e *sempre* com um conteúdo de informação inferior ao do Real.

O Estudo deste problema é o objecto do capítulo seguinte.

2 — DO CONHECIMENTO E DO CONTROLO

O Homem presistentemente persegue o objectivo de *Controlar* os acontecimentos.

Para a consecução deste objectivo é necessário conhecer as variáveis potentes ou influentes sobre as quais pode actuar.

Para atingir esta segunda finalidade, que aliás nem sempre consegue, é mister resolver duas classes de problemas:

a) Primeiro — Adquirir «conhecimento» a respeito do ser ou fenómeno porque se interessa. Escolher o espaço atributivo adequado.

b) Segundo — Adquirir «conhecimento» sobre as variáveis influentes no ser ou fenómeno e sobre as variáveis que pode manusear (comandar) que directa ou indirectamente interferem nas variáveis influentes referidas em 2°. lugar.

a) Primeiro Problema:

Foi tratado no capítulo anterior, e já vimos como é possível criar um espaço imagem-atributiva para caracterizar um ser (um fenómeno ou interacção) convenientemente.

b) Quanto ao *Segundo Problema* vamos passar a expôr:

Seja S_T um ser (ou conjunto de seres eventualmente interaccionantes) e seja $\{A_\kappa\}$, $K \varepsilon \theta$ a sua imagem atributiva obtida por meio de relações ϱ_κ, com $k \varepsilon \theta$ e seja $\{A_\nu\}$, $\nu \varepsilon \Omega$ a imagem dos seres influentes ou potentes por $\{\varrho_r\}$, $r \varepsilon \Omega$; S_T inclui os seres instrumentais necessários, bem como os seres Potentes e respectivos seres instrumentais. Na Fig. 8, representa-se o mesmo que em Fig. 7 c, mas engloba-se em S_T tudo quanto está representado e analisado em U_S da Fig. 7 c.

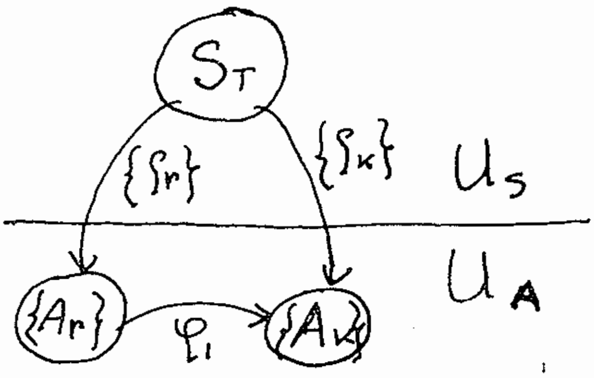


Fig 8

Escolhamos os espaços formais adequados para representar as imagens-atributivas:

$$X_\kappa \longleftrightarrow A_\kappa \qquad K \varepsilon \theta$$
$$X_r \longleftrightarrow A_r \qquad r \varepsilon \Omega$$

e formaremos o respectivo produto carteziano:

$$\underset{K\varepsilon\theta}{\pi} X_\kappa \quad \text{e} \quad \underset{r\varepsilon\Omega}{\pi} X_r$$

e finalmente, seja φ um conjunto pertencente ao Produto Carteziano seguinte:

$$\varphi \; \varepsilon \left(\underset{r\varepsilon\Omega}{\pi} X_r \right) \times \left(\underset{k\varepsilon\theta}{\pi} X_\kappa \right)$$

φ relaciona os dois conjuntos multiplicados carteziamente

Emgeral sucede que não é possível criar, duma só vez $\left(\underset{r\varepsilon\Omega}{\pi} X_r \right)$, porque só a pouco e pouco é possível adquirir o «conhecimento» de quais os atributos que eficazmente são influentes; estamos no domínio da ciência experimental.

Também não será dum só jacto que se saberá escolher convenientemente a estrutura algébrica e topológica tanto para os espaços X_r como para o espaço $\underset{r\varepsilon\Omega}{\pi} X_r$

Problema igual, mas em geral mais simples se verifica para $\underset{K\varepsilon\theta}{\pi} X_u$.

Neste ponto o que se deseja realçar é o modo como progressivamente esta operação pode ser efectuada. Com efeito, supunhamos que $\underset{K\varepsilon\theta}{\pi} X_u$ já foi identificado e escolhido.

O Problema está em que foi escolhido um conjunto Ω_1 de coordenadas e ao tentar-se descrever a função φ_1 obteve-se uma relação com a forma indicada em Fig. 9 a (Figura simbólica).

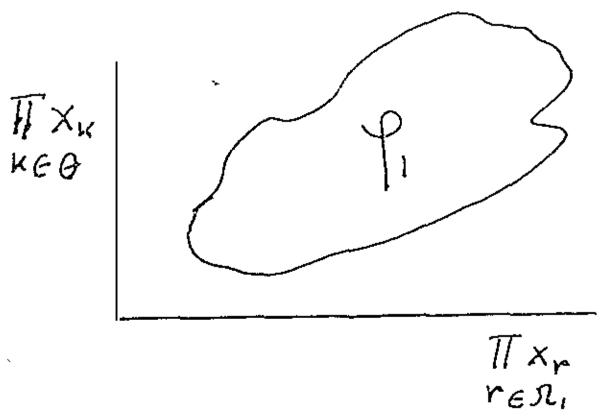


Fig 9 a

O *Controle* do fenómeno (ou Sêr) é *fraco* e provavelmente não satisfaz às necessidades, com o efeito o sistema pode sofrer grandes alterações para o mesmo conjunto de Comandos.

É essencial procurara mais variáveis influentes e $\Omega_2 \supset \Omega_1$ é o novo conjunto escolhido.

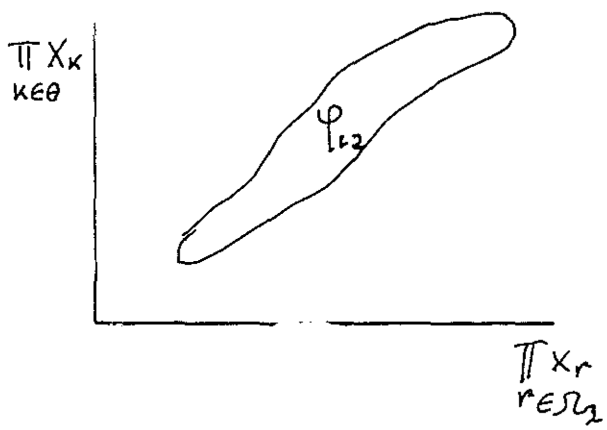


Fig 9 b

Na Fig. 9 b está representada a nova relação φ_{12} e verifica-se que a região de incerteza diminui substancialmente.

Um terceiro conjunto $\Omega_3 \supset \Omega_2 \supset \Omega_1$ foi adoptado e a relação obtida φ_{123} já será suficientemente boa para não prosseguir nesta operação: aumento do conjunto Ω_i de variáveis influentes (Fig. 9 c).

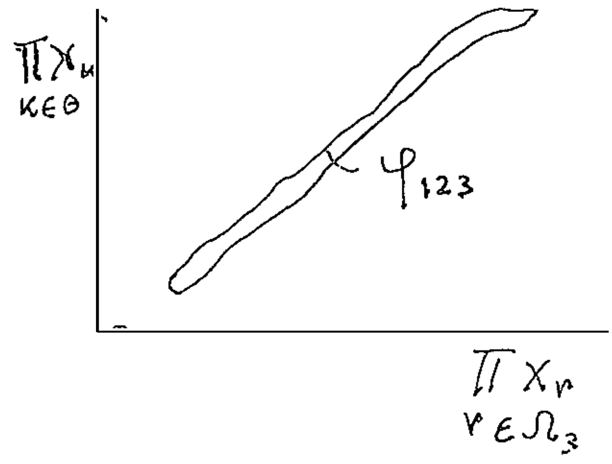


Fig. 9 c

Tem interesse referir os motivos que levam a não prosseguir a operação:

1 — Dificuldade de encontrar novas variáveis influentes ou potentes.
   Com efeito aquelas cuja influência é mais evidente e relevante foram as experimentadas em primeiro lugar.

2 — Se o número de variáveis influentes for muito grande o seu respectivo controle torna-se progressivamente mais difícil.

3 — As vantagens marginais que advêem dum controle mais correcto da imagem de S_T em $\underset{r\varepsilon\Omega}{\pi} X_K$ são cada vez menores.

c) *O Terceiro Problema:*

O facto de se explicar a imagem de S_T por meio de uma outra imagem em $\underset{r\,\varepsilon\,\Omega_i}{\pi} X_r$, não significa que se possa controlar a imagem de S_T.

Exempos óbvios são situações tais como: o movimento de Rotação da Terra, a atração lunar, etc.

Assim muitos problemas deixam de ter solução somente porque o homem pode apenas *explicá-los* mas não controla-los.

Porém há casos menos fortes do que os acima mencionados, e que se situam no interior da sua fronteira de acção e que podem formular-se do seguinte modo.

Conhecem-se as variáveis influentes $\underset{K\varepsilon\theta}{\pi} X_r$, mas não se sabe *controlar* todas ou algumas variáveis, então há que procurar novas variáveis que possam substituir as primeiras mas que sejam já susceptíveis de ser controladas.

Na Fig. 10 figura-se entre real S_G que interaccionam com S_T igualmente real, de tal modo que as imagens em $\{A_r\}$ e $\{Ag\}$, em conjunto, não só explicam a imagem em $\{A_K\}$ como ainda, algumas delas corres-

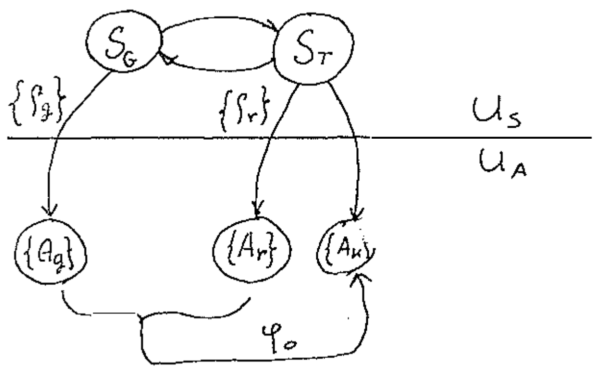


Fig. 10

pondem a *variáveis potentes* que eficazmente controlam a imagem em $\{A_r\}$ de S_T.

Se designarmos por $Z\alpha$ os elementos pertencentes que a $\underset{g \varepsilon E}{X_g}$ como a $\underset{r \varepsilon \Omega}{X_r}$ onde $Z\alpha$ é potente e daí que pode ser controlado, teremos que haverá um conjunto E tal que $\underset{\alpha \varepsilon E}{\pi X_\alpha}$ é um espaço suficiente de variáveis potentes $(Z_x \varepsilon X_x)$ que permitem controlar a imagem de S_T em $\underset{K\varepsilon g}{\pi X_K}$.

Note-se que Card $E \geqslant$ Card Ω, com efeito, se tal não sucedesse, a qualidade do controle seria prejudicada.

Exige-se, em geral, ainda que exista uma relação entre a imagem em $\underset{r\varepsilon\Omega}{\pi X_r}$ de S_T e a imagem de $(S_G \cup S_T)$ em $\underset{g \varepsilon E}{\pi X_g}$, do tipo bijectivo.

Esta segunda condição garante que entre as variáveis potentes e as variáveis explicativas existe uma relação bijectiva.

3 — RELAÇÕES

Nos capítulos anteriores ficou patente o papel importante que as *relações* desempenham na manipulação da informação.

Sob o ponto de vista informação e controle convém classificar as relações em duas grandes classes:

as que destroiem informação
as que preservam informação

Além desta classificação haverá todas aquelas, que são correntes nas teorias formais como a dos conjuntos: aplicações, funções, medidas, etc., etc., que supomos conhecidas e portanto só nos vamos referir à classificação acima por ser esta que mais importância tem para o tema em exame.

3.1 — RELAÇÕES QUE DESTROIEM INFORMAÇÃO

Comecemos por dar um conjunto de exemplos para ilustrar este conceito.

— Os seres-instrumentais, uma balança, um termómetro, etc., fornecem por interacção com um ser-mensurado dado, uma informação típica; um peso, uma temperatura,etc.

O instrumento e o respectivo modus-operandi, consideram-se tanto mais afinados e eficazes quanto menos perturbada for, a informação, pelos restantes e infinitos atributos do ser-mensurado.

Tudo se passa como se toda a restante informação a respeito dos atributos do ser-mensurado fosse destruída (ou perdida) para só ficar aquela para a qual o instrumento foi concebido.

— Um filtro monocromático, só deixa passar a energia associada à frequência para o qual foi construído.

— Reduzir a informação a respeito de um conjunto de seres, apenas ao conhecimento do seu número é também destruir informação.

Também há inúmeros exemplos no domínio do universo dos atributos (U A).

— Escolher um vector extremando, num programa linear, elegendo uma funcional para critério único de escolha. Toda a informação contida nos elementos dum vector é reduzida a um real.

— O Produto ou a soma de vários números, reduz a informação, com efeito, há mais informação conhecendo todas as parcelas ou termos do que apenas o seu produto ou soma.

— Operações do Cálculo de afinores, tais como, transvecção, contracção, produto misto ou alternado, destroiem informação,

— A projecção, o corte, a sombra de uma forma geométrica têm menos informação do que a da referida forma.

Dados estes exemplos tem interesse explorar um pouco mais dois casos:

$\left\{\begin{array}{l}\text{Funcionais}\\ \text{Distribuições}\end{array}\right.$

3.1.1 — FUNCIONAIS (OU FUNÇÕES GENERALISADAS)

Seja dado um espaço produto cartaziano $x_1 X x_2$ e seja R uma relação, $R \supset x_1 X x_2$ e representemos por C_r o corpo dos Reais.

Pode conceber-se uma Relação F que tenha por domínio o conjunto assim descrito:

$$\text{dom } F \equiv \left\{ \underset{ij}{\forall} \; (x_i, \; x_j) \; \varepsilon \; R \right\}$$

Isto é, todos os pares (x_i, x_j) que pertencem a R e têm por contradomínio os reais.

Então F reduziu toda a informação contida na Relação R a um *real* α.

$$R \xrightarrow{F} \alpha$$

Esta operação pode ser usada de dois modos:

a) *ou* Procurar todos os R_i que podem constituir dom F e formar com eles um conjunto:

$\{R_i : R_i \text{ é dom } F\}$

Esta operação é típica para as funcionais de programação linear ou outra.

b) *ou* Criar um conjunto de relações F_j cujos elementos têm entre si certas *familiaridades* e a partir dum mesmo R_i obter os α_{ij} correspondentes.

Ora como cada α_{ij} está associado ao índice j que caracteriza a relação F_j poderá dizer-se que desta operação resultou um par (α_{ij}, j).

$$\text{onde} \begin{cases} \alpha_{ij} \varepsilon C_r \\ j \varepsilon \Omega \end{cases}$$

(Ω é frequentemente o corpo dos Reais C_r).

$$\text{e então} \qquad R_i' \xrightarrow{\{F_j\}} \{(\alpha_{ij}, j)\}$$

Isto é, R_i e o conjunto de relações $\{f_j\}$ deram origem a uma relação $Q_i \subset C_r \times \Omega$ tal que

$$Qi \equiv \left\{ (\alpha_{ij}, j) : \begin{bmatrix} \alpha_{ij} \text{ é a imagem de } R_i \text{ por } F_j \\ j \text{ é o índice do } F_j \end{bmatrix} \right\}$$

Pode então constituir-se um conjunto de relações $\{F_i\}$ suficientemente «denso» de modo que toda a informação contida na relação Ri seja transferida para a relação Qi, tornando possível assim *inverter-se* a operação de modo a regressar a Ri a partir de Qi.

Neste caso, teriam sido construidas Relações $\{F_j\}$ e $\{F_j\}^{-1}$ que não perdem *informação.*

c) *ou* Finalmente, o par de conjuntos de relações $\{F_j\}$ e $\{F_j\}^{-1}$ podem servir para tratar conjuntos de relações {Ri}, (aos quais fossem aplicáveis), e produzir as Relações do tipo {Qi} e inversamente.

Como exemplos temos as transformadas de Fourier, de Laplace, os momentos, etc.

3.1.2 — DISTRIBUIÇÕES (PROBABILIDADES E ESTATISTICA)

a) — Regressaremos ao 2.° capítulo e ao problema tratado na alínea b) e em particular às figuras 9-a, 9-b e 9-c.

Nem sempre é possível reduzir a região da incerteza pelo processo de acrescentar mais variáveis X_r explicativas (ou potentes).

Pode até acontecer que a relação seja de tal modo fraca que se confunda com o produto carteziano do seu domínio pelo seu contradomínio, então é possível às vezes (quando o contradomínio de φ é probabilizável) fazer corresponder a cada elemento $(\ldots x_r \ldots) \varepsilon \underset{k\varepsilon\theta}{\pi} x_r$ não um elemento $(\ldots x_r \ldots) \varepsilon \underset{k\varepsilon\theta}{\pi} x_K$ mas uma *relação* P_{i_r} assim construída.

Domínio $P_r \varepsilon \underset{k\varepsilon\theta}{\pi} x_K$

Contradomínio P_r um real $p_r \varepsilon R+$

Se esta relação P_r fôr do tipo medida normada com norma igual 1, pois temos construído o tipo das distribuições usadas em Probabilidades.

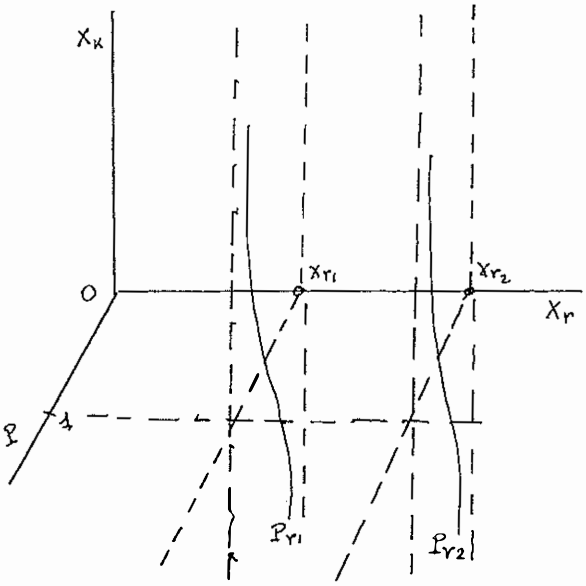


Fig. 11

Na fig. 11 está representado o caso de uma só variável explicativa (ou potente) x_r e uma só variável a explicar x_K. Assim temos:

— x_r (variável explicativa) que na Fig. 11 se representaram os valores x_{r1} e x_{r2} ambos pertencentes a X_r

— X_K (variável a esplicar)

— p uma variável real positiva, e $p \varepsilon [0,1]$.

— P_{r1} e P_{r2}, duas relações (X_K, p) que estão em correspondência respectivamente com x_{r1} e x_{r2}

Estas relações P_{r1} e P_{r2} têm um conteúdo de informação importante, pois pode conhecer-se qual o valor x_{Kj} mais *provável* para um certo x_{rj} dado ou a *média* ou a respectiva *variância, enviezamento,* etc., etc.

Para o efeito basta aplicar certas funcionais (os momentos) para fazer a correspondência entre cada uma das distribuições P_{rj} com um certo $\alpha \varepsilon$ Reais.

O Processo completo pode, como exemplo, aplicar-se ao *valor médio.* Veja-se a Fig. 12.

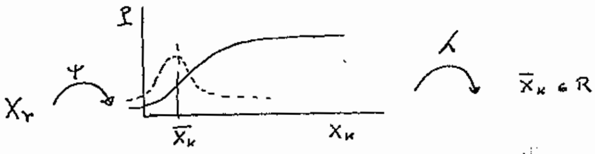


Fig. 12

Em muitas aplicações, quando a variância é aceitável, pode confundir-se a aplicação sucessiva das duas relações (ψ o λ) por um só μ :

$$x_r \xrightarrow{\quad\quad} \overline{x_K} \qquad \text{onde} \qquad \mu = \psi \circ \lambda$$

No exemplo apresentado, x_r admitiu-se dado o determinado e x_k aleatório.

b) Tem interesse comparar o conteúdo de informação entre uma relação com uma *incerteza irreductível* e a informação adicional que pode ser carreada se esse domínio de incerteza poder ser probabilisado.

Novamente usaremos na ilustração um só x_r e um só x_k .

Tratado x_r como variável determinada, a relação φ toma o aspecto da Fig. 13 a.

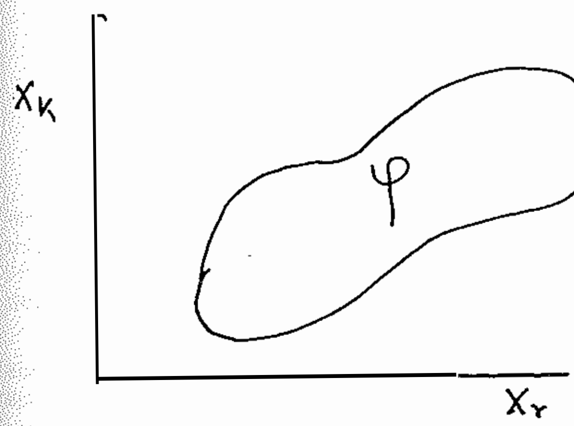


Fig 13 a

É claro que x_r explica (ou comanda) mal x_k .

Tendo sido possível probalisar o espaço assim definido:

$$X_k : \{\forall_k x_k \text{ é 2.º membro de } \varphi, \text{quando } x_r \text{ é 1.º membro}\}$$

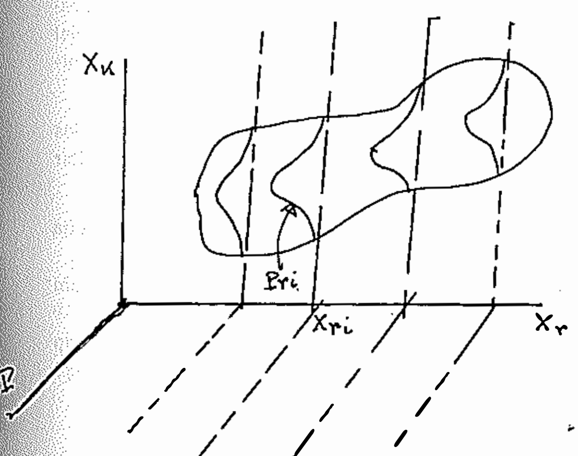
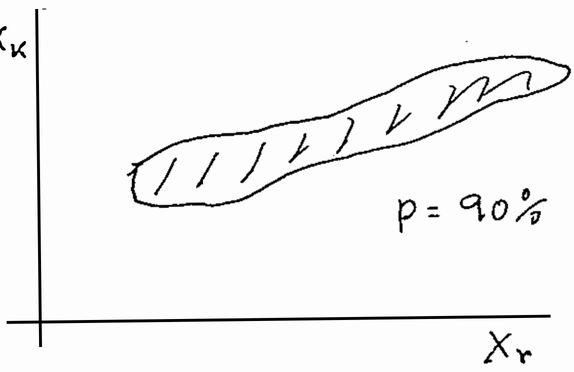


Fig 13 b

As Distribuições respectivas Fig. 13 b contêm informações suficientes para declarar, por exemplo: que com uma probabilidade de 90 % a Relação φ entre x_K e x_r é a da Fig. 13 c.



ãê Fig. 13 c

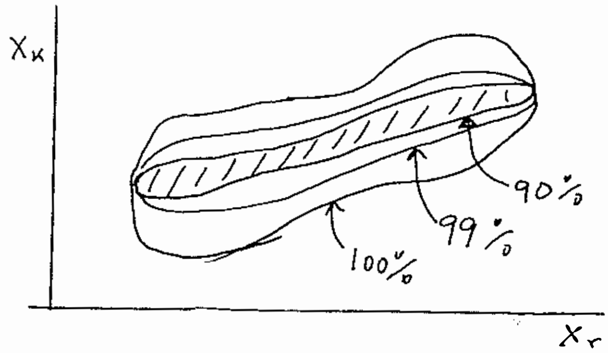


Fig. 13 d

Na Fig. 13 d estão representados os contornos que delimitam as regiões dos espaços $x_r X x_K$ onde φ está em correspondência com as probabilidades referidas na dita Fig. 13 d, isto é 90 %, 99 %, 100 %.

c) Finalmente tem interesse referir à Corelação entre dois x_K : x_{K1} e x_{K2}

x_{K1}, x_{K2} são duas variáveis «insuficientemente» explicadas por $\underset{r \in \Omega}{\pi} x_r$

Pergunta-se x_{k1} e x_{k2} são ou não independentes entre si ou existe um certo grau de dependência?

Se x_{k1} e x_{k2} fossem determinadas (ou tratadas como tal), então a relação φ tomaria a forma dada na Fig. 14 a e o contorno indicado poderia no caso extremo confundir-se com $\underset{i \in I}{\overset{2}{\pi}} x_{Ki}$

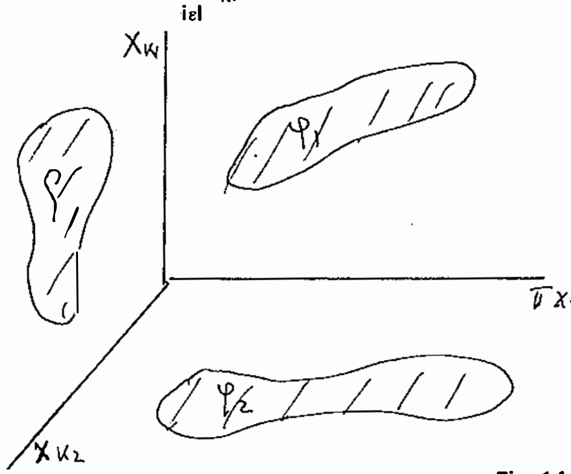


Fig 14 a

Pode porém ser possível estabelecer-se em $\underset{i \varepsilon I}{\pi} x_{ki}$ uma medida normada (Probabilizar o espaço referido) e então obter-se-ia, por exemplo, a Fig. 14 b. Assim alguns pares $(x_{Ki'}, x_{Kij})$ estariam associados a valores de ρ maiores do que outros, e novamente seria possivel extrair maior informação da Fig. 14 b, do que da Fig. 14 a.

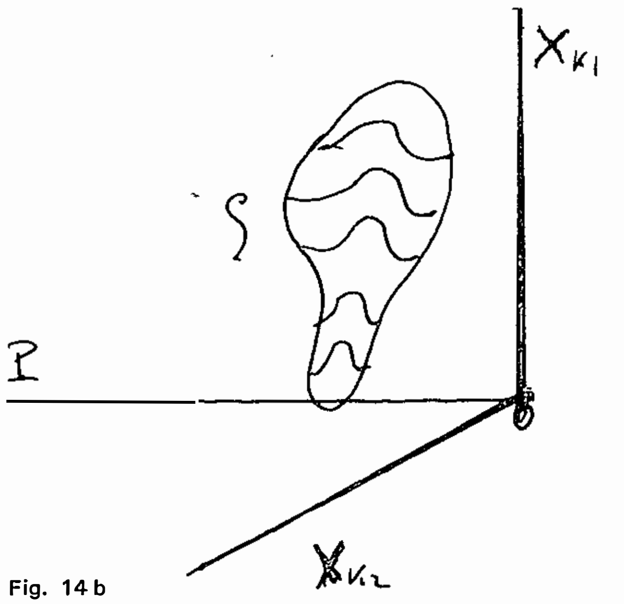


Fig. 14 b

Se designarmos por ρ' a relação: $x_{K1} \times x_{K2} \overset{\frown}{\rho' \; p}$, então ρ' permite extrair informação adicional.

Resumindo o Capitulo 3.1:

a) As relações que destróiem Informação são essenciais para o *refinamento* do nosso conhecimento a respeito do real.

São as que permitem extrair formas atributivas *puras.*

O universo dos atributos foi construido a partir do universo dos seres por meio de relações (em geral em hard-ware) que têm esta propriedade filtrante, desenvolvida em alto grau.

Já no domínio dos Atributos, também são as relações deste tipo que permitem escolher e ordenar.

b) Mostrou-se como as funcionais têm esta propriedade em alto grau e ainda como é possivei que conjuntos de funcionais pudessem em certas circunstâncias, constituir-se em transformadas invertíveis que se caracterizam justamente em não destruirem *informação.*

Este exemplo foi evocado com o fim de mostrar como se pode passar de um processo relacional altamente filtrante e portanto destructivo de informação para um processo relacional onde a informação é conservada.

c) As distribuições foram mencionadas com dois fins:

— Para mostrar uma operação reflexa da da funcional.

Com efeito a funcional tem como 1.° membro uma relação (função ou distribuição) e por 2.° membro um real.

A distribuição de uma variável aleatória (que é uma relação), é usada, em controle, como 2.° membro de uma relação onde o 1.° membro é um real (variável determinando potente ou explicativa).

— Para exemplificar como é possível acrescentar mais informação a respeito de uma relação cujo grafo ocupa um domínio multo vasto para ter interesse. Foi mostrado que sendo possível probabilizar o conjunto contradomínio, informação adicional era susceptível de ser extraída.

Daí a importância fundamental da definição de medidas sobre espaços mensuráveis quando tal é possível.

3.2 — RELAÇÕES QUE NÃO DESTRÓIEM INFORMAÇÃO

a) Alguns exemplos introdutórios:

— A corrente eléctrica do par termo-eléctrico tem de ser transformada na posição de um ponteiro no galvanómetro.

É essencial que entre a corrente e a posição do ponteiro exista uma relação (1 — 1).

— As coordenadas de um ponto referidas a duas bases, têm de estar de tal modo relacionadas que se possa obter uma das outras e inversamente.

— Quando numa transformada de Laplace se passa do espaço (x, t) para (X, s) é essencial que duma função $x = \varphi(t)$ se passe para um outro a $X = \psi(s)$ e depois seja possível realizar a operação inversa e regressar a $x = \varphi(t)$ sem perda de informação.

Como se vê, a par das Relações que destróiem informação, tratadas em (3.1), é essencial que haja Relações que conservam essa informação.

b) Tem interesse apresentar uma lista de cuidados a ter na manipulação da informação de modo a evitar que esta se perca, no todo ou em parte.

1) Podemos concretizar a apresentação do problema com o exemplo seguinte:

O Ponto P num espaço E representa a imagem em E de uma certa informação.

No entanto, por um motivo qualquer é necessario ou mais conveniente representar essa imagem no Espaço ε e o Ponto Q está em correspondência com P.

Para o efeito usou-se uma relação f tal que

$$\begin{cases} \text{dom. } f \; \varepsilon \; E \\ \text{cont. } f \; \varepsilon \; \varepsilon \end{cases}$$

As perguntas são:

— que espécie de espaço ε pode servir sabendo que a informação original está em E?

— que espécie de relação f deve ser usada?

Se mais nada for dito, a única forma de garantir que não haverá, em circunstância alguma, perda de informação, é ser-se exremamente exigente:

— *Quanto ao espaço* ε

— A dimensão de ε e de E tem de ser a mesma.

— Se E tem métrica, ε também a tem de ter.

— Se é possível definir distâncias ou medidas em E igualmente terá de ser viável em ε.

Isto é, as estruturas algébricas e topológicas de E e ε têm de ser isomórficas.

— *Quanto a* f

— f tem de ser uma relação do tipo 1 — 1.

— Na maioria dos casos, terá f e a sua inversa f^{-1}, de serem contínuas, ou derivadas contínuas até qualquer ordem.

— Em muitos casos será necessária impor que f e f^{-1} sejam limitados.

— etc., etc.

Como se vê as condições são tão restritivas que provavelmente, na resolução de problemas reais, poderão concerteza levantar-se algumas destas restrições.

c) O levantamento de restrições é um problema prático e por isso aqui só se poderão apresentar-se alguns casos típicos e ilustrativos.

— Uma *carta de mercator* é plana E^2 e no entanto o espaço que procura representar é um x^3. A informação que se perde, os movimentos do navio na vertical, não afectando a resolução da classe de problemas de navegação marítima para a qual as cartas de mercador foram concebidas, torna aceitável este modo de proceder.

— Um grafo plano das ruas duma cidade onde não há passagens sobrepostas é espaço aceitável para resolver os problemas de tráfico.

— Na verdade nestas operações está-se perdendo alguma informação, porém essa informação não é necessária ou relevante para resolver o Problema proposto.

Assim, a informação inútil para a resolução do problema é desprezada.

4. PROBLEMÁTICA

4.1 — ALGUNS PRESSUPOSTOS INTRODUTÓRIOS

a) *Imagem Atributo*

Admite-se um universo de Seres e outro de atributos.

Supõe-se que todo o ser tem uma imagem no universo dos atributos.

A imagem «completa» é sempre excessiva em conteúdo de informação para resolver os problemas do homem.

Recorre-se por isso à imagem «Parcial» adequada ao Problema.

A ciência tem por missão tipificar problemas a estudar para cada *tipo* o *espaço Imagem* adequado.

b) *Restrições*

Os seres interaccionam com outros seres o que permite ao homem «comandar» ou pelo menos «prever» a evolução e se o espaço imagem estiver bem construído, a imagem evolui à medida que o processo de interacção se verifica.

Uma vez que é possível *intervir*, podem escolher-se os estados permissíveis ao ser (sistema) e assim admitimos a existência de *restrições* como processo normal de intervenção.

O próprio *ser* pode ter *restrições* internas que justamente o caracterizam.

c) *Escolha*

Se as restrições internas dos *seres* e as externas impostas determinarem *univocamente* um só resultado, o problema pode dar-se por terminado. Porém as restrições não determinam, em geral, univocamente a solução.

Neste caso existe um problema de escolha e é essencial dispor de um *critério de escolha.*

O que é escolher? Escolher é muito próximo do conceito de *ordenar.*

Os métodos mais usados consistem em empregar uma relação que tenha por contradomínio o «arquétipo» do conjunto ordenado o *Corpo dos Reais.*

Às vezes uma relação somente, não chega para ordenar perfeitamente e haverá ainda que escolher entre vários elementos ou relações que são *equivalentes* segundo o critério de escolha usado.

Pode repetir-se a operação usando outro critério de escolha e assim sucessivamente.

d) *Quem escolhe*

Se existir uma única *vontade* na definição das restrições e dos critérios de escolha temos o problema *monovolutivo;* se intervirem mais do que uma *vontade* temos os problemas *plurivolutivos.*

As teorias dos jogos, procuram resolver problemas plurivolutivos.

Podemos dizer que a natureza também exerce a sua vontade e os acontecimentos e evoluções que se verificam sem intervenção do homem cabem nesta categoria.

O critério de estremar a entropia em termodinâmica, minimisar a funcional Acção em mecânica clássica, são exemplos conhecidos.

Os critérios não humanos podem igualmente formalizar-se como acabamos dever no parágrafo anterior e então podemos considerar que todo o estado de um ser ou a sua evolução resulta do exercício de estremar uma *funcional* da *natureza.*

Depois podem ser acrescentadas, nomeadamente, as vontades humanas — as quais podem igualmente descrever-se por funcionais extremandas e fronteiras.

e) Estas funcionais e restrições sobretudo humanas, são em geral variáveis e mutantes.

4.2 — TIPOS DE PROBLEMAS

Já vimos atrás, que a natureza e os homens podem intervir impondo *restrições* e regras de *escolha.*

Normalmente a intervenção exprime-se simultaneamente escolhendo e restringindo, há porém numerosos exemplos onde se exerce ou só escolhendo ou só restringindo.

No quadro junto, admite-se que as intervenções referidas exercitam-se *escolhendo e restringindo.*

As hipóteses de intervenção consideradas no quadro foram:

— da natureza

— de 1 humano

— da mais de 1 humano.

O Quadro é suficientemente claro para dispensar comentários.

Restrições e Funcionais Naturais	Restrições e Funcionais 1 Humano	Restrições e Funcionais > 1 Humano	
1	0	0	Previsões do tempo, do movimento dos astros reacções químicas,etc. Funcionais típicas: entropia, Acção, etc.
1	1	0	Problemas de Comandos, Programa Linear e paramétrico, Pert, etc.
1	0	1	Jogos na natureza ou com a natureza.
1	1	1	Jogos na natureza na posição de 1 versus vários (os mais complexos).
0	0	0	Caos e experimentação de estruturas sobre o Caos.
0	1	0	Paciência — jogo para um só jogador que cria uma regra e a cumpre.
0	0	1	Jogos entre vários jogadores: jogo de cartas, xadres, etc.
0	1	1	Jogos na posição de 1 contra vários.